

钢筋混凝土细长构件截面几何关系探讨

汪 强 白绍良

(建筑工程系)

摘 要 本文运用 Hellinger-Reissner 变分原理, 给出了从基本平衡方程导出钢筋混凝土构件截面上应变分布情况的一般方法。所给出的方法适用于受压区混凝土应变分布的任何规定形式。计算表明, 若认为受压区混凝土在变形过程中具有线性应变分布, 则受拉钢筋应变与该分布一起满足平截面假定。

关键词 变分原理, 应变分布, 几何关系

引 言

由于现代计算工具的发展, 对具有高度材料非线性性质的钢筋混凝土结构构件进行受力过程的数值模拟试验已成为现实。在对钢筋混凝土框架这一类由细长构件^①组成的结构进行非线性分析时, 可以采用多种方法, 但其中效果较好且从计算机时方面较为经济的方法是采用截面的弯矩-压力-曲率关系来处理由于各部分内力或变形不同而在结构中产生的刚度差异。为了计算截面的弯矩-压力-曲率关系, 需要力的平衡和变形的几何约束这两个条件, 而前者往往要在后者被规定的基础上才得以实现。

平截面假定, 即截面应变的线性分布, 是钢筋混凝土结构非线性分析和设计中最广泛采用的变形约束条件(或几何关系), 一些研究者甚至在双向受力构件的分析中也将这一关系作为分析的基本出发点。我国即将实施的修订后的《混凝土结构设计规范》确认了平截面假定在截面分析和设计中的地位, 使设计概念更为清晰; 同时, 也使具有不同受力特征的各类构件的设计, 在实质上相互更加接近。

近几年来, 随着研究工作的深入, 人们开始提出截面应变分布的其它形式, 如文献[3]在实验的基础上提出了截面拉、压区曲率不等的所谓截面应变双折线分布模型。Ali 和 Grierson 在文献[4]中也提出当构件截面受力变形达到一定程度后, 受压区混凝土应变分布将不再是线性的, 但却未能给出其具体分布形式以及与受拉钢筋应变的相关关系。

本文1988年11月15日收到。

注①: “细长构件”是指一般细长度的梁、柱等构件, 以区别于短粗的深梁、短柱等类构件。

本文的目的就在于提出一种建立受压区应变分布与受拉钢筋应变之间相关关系的一般方法, 从而能从一种感兴趣的受压区应变分布找到相应的受拉钢筋应变。这也就是截面几何约束条件的建立。下面将会看到, 它是通过最小余能原理的广义变分原理来实现的。

1 最小余能原理及其广义变分原理

小位移弹性静力平衡问题的所有待定函数 u_i (位移函数)、 e_{ij} (应变函数) 和 σ_{ij} (应力函数), 可以从下列方程和边界条件确定:

1) 应变-位移关系 (几何关系)

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{在所讨论的 } \tau \text{ 域内}) \quad (1)$$

2) 应力-应变关系

$$\frac{\partial B(\sigma)}{\partial \sigma_{ij}} = e_{ij} \quad (\text{在 } \tau \text{ 内}) \quad (2)$$

3) 内部应力平衡方程

$$\sigma_{ij,j} + \bar{F}_i = 0 \quad (\text{在 } \tau \text{ 内}) \quad (3)$$

4) 位移边界条件

$$u_i = \bar{u}_i \quad (\text{在已知位移边界 } S_u \text{ 上}) \quad (4)$$

5) 力的边界条件

$$\sigma_{ij}n_j = \bar{p}_i \quad (\text{在已知外力 } \bar{p}_i \text{ 的边界 } S_p \text{ 上}) \quad (5)$$

进一步将 (1) 和 (2) 收缩成如下形式:

$$\frac{\partial B}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (6)$$

则问题简化成由 (3), (4), (5) 和 (6) 四个方程求解九个待定量 u_i 和 σ_{ij} 。现分别对方程 (3) 和 (6) 运用权余法, 并将所得方程相加, 得:

$$\iiint_{\tau} \left[\frac{\partial B}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \right] \delta G_{ij} d\tau + \iint_{S_u} (u_i - \bar{u}_i) \delta H_i dS = 0 \quad (7)$$

式中, δG_{ij} 和 δH_i 为任意的权函数。无损于一般性, 可设取 $\delta G_{ij} = \delta \sigma_{ij}$, 则由于 σ_{ij} 的对称性, 有:

$$\begin{aligned} \iiint_{\tau} \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \delta \sigma_{ij} d\tau &= \iiint_{\tau} u_{i,j} \delta \sigma_{ij} d\tau \\ &= \iint_S u_i \delta \sigma_{ij} n_j dS - \iiint_{\tau} u_i \delta \sigma_{ij,j} d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

设力的平衡条件 (3) 式和 (5) 式为变分约束条件, 并分别对其作变分, 得:

$$\delta \sigma_{ij,j} = 0 \quad (\text{在 } \tau \text{ 内}) \quad (9)$$

$$\delta(\sigma_{ij}n_j) = 0 \quad (\text{在 } S_p \text{ 上}) \quad (9)'$$

于是 (8) 式可写成:

$$\iiint_{\tau} \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \delta \sigma_{ij} d\tau = \iint_{S_u} u_i \delta \sigma_{ij} n_j ds \quad (10)$$

代入(7)式, 得:

$$\iiint_{\tau} \frac{\partial B}{\partial \sigma_{ij}} \delta \sigma_{ij} d\tau - \iint_{S_u} u_i \delta \sigma_{ij} n_j ds + \iint_{S_u} u_i \delta H_i ds - \iint_{S_u} \bar{u}_i \delta H_i ds = 0 \quad (11)$$

这里 δH_i 仍是任选的, 不失一般性, 可设取 $\delta H_i = \delta(\sigma_{ij} n_j)$, 则(11)式成为:

$$\iiint_{\tau} \frac{\partial B}{\partial \sigma_{ij}} \delta \sigma_{ij} d\tau - \iint_{S_u} \bar{u}_i \delta(\sigma_{ij} n_j) ds = 0 \quad (12)$$

称:

$$\Pi_0 = \iiint_{\tau} B(\sigma) d\tau - \iint_{S_u} \bar{u}_i n_j \sigma_{ij} ds \quad (13)$$

则从变分运算法可知, $\delta \Pi_0 = 0$ 与(12)式等价。

对(13)式略加观察即可发现, 式中右边第一项为变形体内的余能, 第二项为表面 S_u 上 \bar{u}_i 的表面余能, 而 Π_0 为总余能。

以上步骤实际上就是建立最小余能原理泛函的过程。这一原理指出, 满足应力平衡方程(3)和力的边界条件(5), 并使泛函 Π_0 为最小值的应力状态 σ_{ij} , 必同 u_i 一起满足几何约束条件和位移边界条件。由于这两个条件分别为泛函极值条件 $\delta \Pi_0 = 0$ 的欧拉方程和自然边界条件, 就有可能在余能泛函 Π_0 和两个力的平衡条件已知的情况下, 通过 Π_0 的驻值条件 $\delta \Pi_0 = 0$, 来获得所需的几何条件。该原理的证明可在文献[1]中找到, 这里不再赘述。

Hellinger-Reissner 变分原理是解除了约束条件(平衡方程和已知外力边界条件)后关于二变量 (u_i, σ_{ij}) 的无约束变分原理。本文采用该原理, 使问题的处理得到简化。H-R原理的基本思路, 是引用两个待定的乘子, 即拉格朗日乘子, λ_i 和 η_i , 将(3)、(5)和(13)式合并起来, 构成一个新的泛函:

$$\begin{aligned} \Pi_0^* = & \iiint_{\tau} B(\sigma) d\tau + \iiint_{\tau} \lambda_i (\sigma_{i,j} + \bar{F}_i) d\tau - \iint_{S_u} \sigma_{ij} n_j \bar{u}_i dS \\ & + \iint_{S_p} \eta_i (\sigma_{ij} n_j - \bar{p}_i) dS \end{aligned} \quad (14)$$

上式中, σ_{ij} 、 λ_i 和 η_i 为独立余量。不难证明^[1], 泛函 Π_0^* 的变分驻值条件将给出欧拉方程(1)式或(6)式, 以及自然边界条件(3)、(4)和(5)式。

2 用 H-R 原理建立钢筋混凝土截面的几何关系

非弹性材料的最小余能原理及 H-R 原理与弹性体基本相同, 只是各自具有不同的应力-应变关系而已。因此, 按照前述的过程, 并结合材料具体的本构关系, 是可以导出受拉

钢筋应变与一定混凝土受压应变分布之间的关系。下面仅对当假定受压区混凝土应变为线性分布时，受拉钢筋应变 ϵ_s 与截面曲率 ϕ 和压区高度 c 之间的协调关系作一简要推证。

为简化计算，兹作如下基本假定：

1. 混凝土的应力-应变关系为一二次抛物线，即

$$\sigma_c = \sigma_0 \left[2 \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right]$$

如图 1 所示。

2. 钢筋应力-应变关系如图 2 所示。

3. 不计受拉混凝土的余能部分并不计剪切变形。

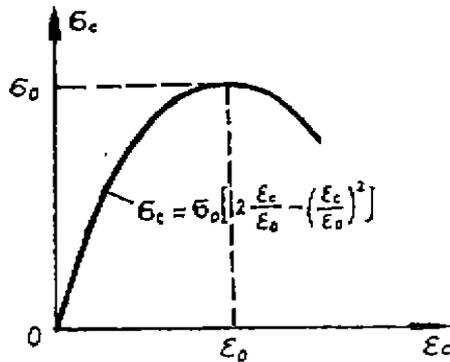


图 1 混凝土的应力-应变关系

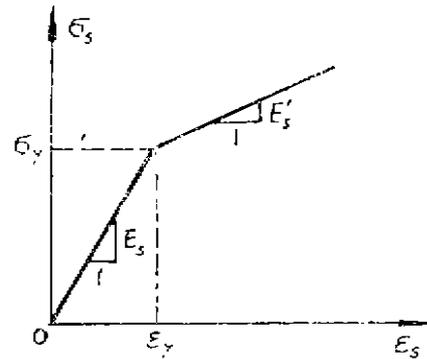


图 2 钢筋的应力-应变关系

沿压弯构件轴向取出一个微段 dl ，如图 3 所示。在微段范围内，可认为受拉钢筋应变不变，为 ϵ_s ，同时受压区混凝土具有相同的线性应变分布，曲率为 ϕ ，压区高度为 c ，如图 4 所示。

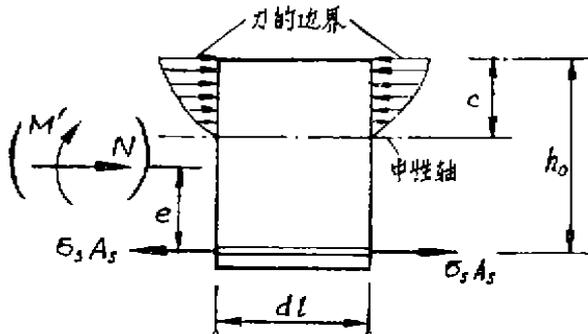


图 3 沿构件纵向取出的微段

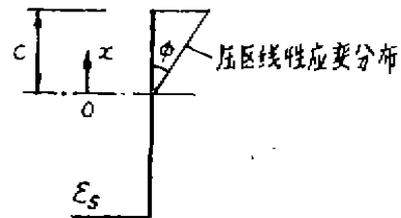


图 4 截面应变关系

这里，力的平衡条件和力的边界条件收缩成为同一个方程：

$$\begin{cases} \sigma_s A_s - B_1 + N = 0 \\ A_1 B_1 - M = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中, B_1 为压区混凝土合力:

$$B_1 = \sigma_0 b \left(\frac{\phi}{\varepsilon_0} c^2 - \frac{\phi^2}{3\varepsilon_0^2} c^3 \right) \quad (16)$$

A_1 为上述合力作用点至受拉钢筋的距离:

$$A_1 = h_0 - \frac{1 - \frac{\phi}{4\varepsilon_0} c}{3 - \frac{\phi}{\varepsilon_0} c} c \quad (17)$$

(16) 式中 b 为矩形截面的宽度, $M = M' + Ne$, M' 见图 3。

问题的几何条件和位移边界条件也收缩成为同一个方程, 这是所需要确定的。混凝土的余能密度为:

$$\begin{aligned} B_c &= \int_0^{\varepsilon_0} \varepsilon d\sigma_c \\ &= \int_0^{\varepsilon_0} \sigma_0 \varepsilon \left(\frac{2}{\varepsilon_0} - \frac{2\varepsilon}{\varepsilon_0^2} \right) d\varepsilon \\ &= \sigma_0 \left(\frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_0} - \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon_0} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

由图 4 知:

$$\varepsilon_c = \phi x$$

将上式代入 (18) 式, 得:

$$B_c = \sigma_0 \left(\frac{\phi^2}{\varepsilon_0} x^2 - \frac{2}{3} \frac{\phi^3}{\varepsilon_0^2} x^3 \right) \quad (20)$$

dl 单元内混凝土的余能为:

$$\begin{aligned} \Pi_c &= b \int_0^{dl} \int_0^c \sigma_0 \left(\frac{\phi^2}{\varepsilon_0} x^2 - \frac{2}{3} \frac{\phi^3}{\varepsilon_0^2} x^3 \right) dx dy \\ &= \sigma_0 b dl \left(\frac{\phi^3}{3\varepsilon_0} c^3 - \frac{\phi^3}{6\varepsilon_0^2} c^4 \right) \end{aligned} \quad (21)$$

钢筋的余能分二种情况:

1) 弹性区域

$$\Pi_s = \frac{1}{2} E_s \varepsilon_s^2 A_s dl \quad (22)$$

2) 线性强化区域

$$\Pi_s = \frac{1}{2} E_s \varepsilon_s^2 A_s dl + \varepsilon_y (\varepsilon_s - \varepsilon_y) E'_s A_s dl + \frac{1}{2} E'_s (\varepsilon_s - \varepsilon_y)^2 A_s dl \quad (23)$$

下面首先对第一种情况建立几何关系。微单元内的总余能为:

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_c + \Pi_s \\ &= \sigma_0 b dl \left(\frac{\phi^3}{3\varepsilon_0} c^3 - \frac{\phi^3}{6\varepsilon_0^2} c^4 \right) + \frac{1}{2} E_s A_s dl \varepsilon_s^2 \end{aligned} \quad (24)$$

这就是关于余量 ϕ, c, ε_s 的余能泛函。问题的约束条件为 (15) 式。现引入拉氏乘子 λ_1 和 λ_2 ，建立广义变分问题的泛函：

$$\Pi^* = \Pi + \lambda_1 \varphi + \lambda_2 \psi \quad (25)$$

式中， φ 和 ψ 分别定义为：

$$\begin{cases} \varphi(c, \phi, \varepsilon_s) = A_s E_s \varepsilon_s - B_1 + N \\ \psi(c, \phi, \varepsilon_s) = A_1 B_1 - M \end{cases} \quad (26)$$

对 (25) 式作变分，取极值条件：

$$\delta \Pi^* = 0 \quad (27)$$

得：

$$\begin{aligned} \delta \Pi^* = & E_s \varepsilon_s A_s dl \delta \varepsilon_s + \sigma_0 b dl \left(\frac{2\phi}{3\varepsilon_0} c^3 - \frac{\phi^2}{2\varepsilon_0^2} c^4 \right) \delta \phi \\ & + \sigma_0 b dl \left(\frac{\phi^2}{\varepsilon_0} c^2 - \frac{2\phi^3}{3\varepsilon_0^2} c^3 \right) \delta c + (A_s E_s \varepsilon_s - B_1 + N) \delta \lambda_1 \\ & + \lambda_1 A_s E_s \delta \varepsilon_s - \lambda_1 \sigma_0 b \left(\frac{c^2}{\varepsilon_0} - \frac{2}{3} \frac{\phi}{\varepsilon_0^2} c^3 \right) \delta \phi \\ & - \lambda_1 b \sigma_0 \left(\frac{2\phi}{\varepsilon_0} c - \frac{\phi^2}{\varepsilon_0^2} c^2 \right) \delta c + (A_1 B_1 - M) \delta \lambda_2 \\ & + \lambda_2 (A'_{1\phi} B_1 + A_1 B'_{1\phi}) \delta \phi + \lambda_2 (A'_{1c} B_1 + A_1 B'_{1c}) \delta c \\ = & 0 \end{aligned}$$

由于 $\delta \phi$ 、 δc 、 $\delta \lambda_1$ 及 $\delta \lambda_2$ 的任意性，从上式可得如下五个方程：

$$E_s \varepsilon_s A_s dl + \lambda_1 A_s E_s = 0 \quad (28)$$

$$\sigma_0 b dl \left(\frac{2}{3} \frac{\phi}{\varepsilon_0} c^3 - \frac{\phi^2}{2\varepsilon_0^2} c^4 \right) - \lambda_1 b \sigma_0 \left(\frac{c^2}{\varepsilon_0} - \frac{2}{3} \frac{\phi}{\varepsilon_0^2} c^3 \right) + \lambda_2 (A'_{1\phi} B_1 + A_1 B'_{1\phi}) = 0 \quad (29)$$

$$\sigma_0 b dl \left(\frac{\phi^2}{\varepsilon_0} c^2 - \frac{2}{3} \frac{\phi^3}{\varepsilon_0^2} c^3 \right) - \lambda_1 b \sigma_0 \left(\frac{2\phi}{\varepsilon_0} c - \frac{\phi^2}{\varepsilon_0^2} c^2 \right) + \lambda_2 (A'_{1c} B_1 + A_1 B'_{1c}) = 0 \quad (30)$$

$$A_s E_s \varepsilon_s - B_1 + N = 0 \quad (31)$$

$$A_1 B_1 - M = 0 \quad (32)$$

由 (28) 式，得：

$$\lambda_1 = -\varepsilon_s dl$$

将上式代入 (29) 式，得：

$$\lambda_2 = - \frac{\varepsilon_s \sigma_0 b dl \left(\frac{c^2}{\varepsilon_0} - \frac{2}{3} \frac{\phi}{\varepsilon_0^2} c^3 \right) + \sigma_0 b dl \left(\frac{2}{3} \frac{\phi}{\varepsilon_0} c^3 - \frac{\phi^2}{2\varepsilon_0^2} c^4 \right)}{A'_{1\phi} B_1 + A_1 B'_{1\phi}}$$

这就识别了拉氏乘子 λ_1 和 λ_2 。将上式代入 (30) 式，并整理后，得：

$$\varepsilon_r = \frac{K_c \left(\frac{2}{3} \phi c^2 - \frac{\phi^2}{2\varepsilon_0} c^3 \right) / K_\phi + \frac{2\phi^3 c^2}{3\varepsilon_0} - \phi^2 c}{-K_c \left(c - \frac{2}{3} \frac{\phi}{\varepsilon_0} c^2 \right) / K_\phi + 2\phi - \frac{\phi^2 c}{\varepsilon_0}} \quad (33)$$

式中:

$$K_c = A'_{1c} B_1 + A_1 B'_{1c}$$

$$K_\phi = A'_{1\phi} B_1 + A_1 B'_{1\phi}$$

$$A_1 = h_0 - \frac{1 - \frac{\phi}{4\varepsilon_0} c}{3 - \frac{\phi}{\varepsilon_0} c} c$$

$$B_1 = \frac{\phi}{\varepsilon_0} c^2 - \frac{\phi^2}{3\varepsilon_0^2} c^3$$

$$A'_{1c} = - \frac{3 - \frac{3}{2} \frac{\phi}{\varepsilon_0} c + \frac{\phi^2 c^2}{4\varepsilon_0^2}}{\left(3 - \frac{\phi}{\varepsilon_0} c \right)^2}$$

$$A'_{1\phi} = - \frac{\frac{c^2}{4\varepsilon_0}}{\left(3 - \frac{\phi}{\varepsilon_0} c \right)^2}$$

$$B'_{1c} = \frac{2\phi}{\varepsilon_0} c - \frac{\phi^2}{\varepsilon_0^2} c^2$$

$$B'_{1\phi} = \frac{c^2}{\varepsilon_0} - \frac{2\phi}{3\varepsilon_0^2} c^3$$

(33)式即为当混凝土压区应变为线性分布时,受拉钢筋应变与压区参量 ϕ 和 c 之间的协调关系,即截面几何关系,它是从泛函(25)变分而得到的欧拉方程或几何边界条件。

当钢筋应变位于强化区时, Π ,按(23)式采用,对 Π^* 取变分极值条件(27)式,仍然得与上面(28)~(32)式完全相同的五个方程。亦即,在这种情况下,几何关系仍为(33)式。

显然, ε_r 与 ϕ 和 c 之间为一高次非线性关系。但是,利用计算机将(33)式与平截面假定 $\varepsilon_r = \phi(h_0 - c)$ 进行对比计算的结果表明,当 ε_0 在常用值附近时,(33)式与平截面假定吻合得非常好,从而证明了对钢筋混凝土构件截面在开裂后平截面假定的适用性。应当注意到,在上面的推导中,忽略了受拉区混凝土的贡献。如果考虑受拉混凝土的作用,并建立相应的余能泛函,则可得到一个比(33)式更复杂一些的式子。

若取受压混凝土的应力-应变关系为一曲线,即 $\sigma_c = E_c \varepsilon_c$,其余假设仍同前述,则可导出与平截面假定完全相同的几何关系。

此时,微段的余能泛函为:

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_c + \Pi_r \\ &= \frac{1}{6} E_c b \phi^2 c^3 dl + \frac{1}{2} E_r \varepsilon_s^2 A_r dl \end{aligned} \quad (34)$$

问题的约束条件仍为 (26) 式, 即

$$\begin{cases} A_1 \sigma_s - B_1 + N = 0 \\ A_1 B_1 - M = 0 \end{cases}$$

式中, A_1 和 B_1 相应于线性应力分布, 定义为:

$$\begin{cases} A_1 = h_0 - \frac{c}{3} \\ B_1 = \frac{1}{2} b E_c c^2 \phi \end{cases}$$

同理, 引入拉氏乘子 λ_1 和 λ_2 , 建立广义变分问题的泛函:

$$\Pi^* = \Pi + \lambda_1 \varphi + \lambda_2 \psi \quad (35)$$

式中, φ 和 ψ 的定义如下:

$$\begin{cases} \varphi(c, \phi, \varepsilon_s) = A_1 E_s \varepsilon_s - B_1 + N \\ \psi(c, \phi, \varepsilon_s) = A_1 B_1 - M \end{cases} \quad (36)$$

对 (35) 式作变分, 取驻值条件 $\delta \Pi^* = 0$, 并考虑到 $\delta \varepsilon_s$ 、 δc 、 $\delta \phi$ 、 $\delta \lambda_1$ 和 $\delta \lambda_2$ 的任意性, 可得如下五个方程:

$$E_s A_1 \varepsilon_s dl + E_s A_1 \lambda_1 = 0 \quad (37)$$

$$\frac{1}{3} b E_c c^3 \phi dl - \frac{1}{2} b E_c c^2 \lambda_1 + \lambda_2 (A'_{1\phi} B_1 + A_1 B'_{1\phi}) = 0 \quad (38)$$

$$\frac{1}{2} b E_c c^2 \phi^2 dl - b E_c c \phi \lambda_1 + \lambda_2 (A'_{1c} B_1 + A_1 B'_{1c}) = 0 \quad (39)$$

$$E_s A_1 \varepsilon_s - B_1 + N = 0 \quad (40)$$

$$A_1 B_1 - M = 0 \quad (41)$$

由 (37) 式得:

$$\lambda_1 = -\varepsilon_s dl$$

再将上式代入 (38) 式, 得

$$\lambda_2 = -\frac{\frac{1}{3} b E_c c^3 \phi dl + \frac{1}{2} b E_c c^2 \varepsilon_s dl}{A'_{1\phi} B_1 + A_1 B'_{1\phi}}$$

式中

$$A'_{1c} = -\frac{1}{3}$$

$$A'_{1\phi} = 0$$

$$B'_{1c} = b E_c c \phi$$

$$B'_{1\phi} = \frac{1}{2} b E_c c^2$$

把 λ_1 和 λ_2 代入 (39) 式, 化简整理后得:

$$\varepsilon_s = (h_0 - c) \phi \quad (42)$$

这就是所要建立的截面几何关系。显然, 它与平截面假定的表达式已经完全相同了。这是一

个十分有意思的结论。

当钢筋处于强化区段时，仍然可以得到(42)式，这与混凝土的应力-应变曲线为二次抛物线的情况是类似的。

对于其它类型的压区应变分布，按同样的思路即可建立起截面的几何关系。由于篇幅所限，本文不拟再给出已经建立的其它几种几何关系。

最后应当指出，混凝土的应力-应变关系总是在具有一定高度的试块上按一定标距测得的，它实际上是这一标距上混凝土的平均应力-应变关系。对于混凝土这类材料，单个截面上的本构关系是难以获得的。因此，本文所推导的几何关系实际上也是某个标距上的平均关系。

3 结 束 语

本文按照与 Hellinger-Reissner 变分原理类似的思路，提出了建立钢筋混凝土细长构件截面几何关系的一般方法。该方法能针对任意类型的压区混凝土应变分布建立起它与受拉钢筋应变的约束关系，并通过最小余能原理得到保证。从而可能为某些具有特殊用途的非线性受压混凝土应变分布，提供建立截面几何关系的手段。

参 考 文 献

- [1] 钱伟长《广义变分原理》，知识出版社，1985
- [2] 汪强“钢筋混凝土框架的非线性二阶分析方法”，重庆建筑工程学院硕士论文，1987
- [3] 沈聚敏、翁义军“钢筋混凝土构件的刚度和延性”，《钢筋混凝土结构的抗震性能》，清华大学出版社，1981
- [4] Mir M. Ali and Donald E. Grierson, Nonlinear Design of Reinforced Concrete Frameworks, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 10, 1986

(编辑：徐维森)

RESEARCH ON THE SECTION GEOMETRY RELATIONSHIP OF REINFORCED CONCRETE SLENDER MEMBER

Wang Qiang Bai Shaoliang

(Department of Civil Engineering)

ABSTRACT By using Hellinger-Reissner's calculus of variations, this paper presents the usual method with which the section strain distribution state of

reinforced concrete member can be derived from the basic balance equation. This method is suitable for any definite form of strain distribution of the compressional zone of concrete. It is made clear by calculation that if the compression zone of concrete has linear strain distribution in the deformation process, the strain of tension bar and the distribution mentioned above can satisfy the assumption of plane section simultaneously.

KEY WORDS differentiation principle, strain distribution, geometry relationship