

平面杆系结构弹塑性直接动力 分析及其程序

王金海 黄宗明
(建筑工程系)

摘要 本文综合应用结构动力学和钢筋混凝土非线性分析知识,采用杆系模型对钢筋混凝土框架结构进行弹塑性直接动力分析,对恢复力模型骨架曲线的选取提出了改进的方法,编制了适用于微机的平面杆系结构弹塑性直接动力分析程序PFEPDA。

关键词 动力弹塑性,恢复力模型,程序编制

引言

杆系模型是目前建筑结构弹塑性地震反应分析中所采用的较精确的模型。本文在对平面杆系结构进行弹塑性直接动力分析时,不采用传统的用杆件截面 EI 值作为弹性刚度和用某一固定常数 p 作为屈服后强化系数的方法,而是直接根据钢筋和混凝土材料的非线性本构关系求出杆件截面的 $N-M-\phi$ 曲线,依此确定分段直线恢复力模型骨架曲线的特征参数,比过去作法更好地反应了构件的刚度和滞回曲线包络,同时又有利于杆件延性系数的求得和刚度退化的处理。

我们根据本文提出的骨架曲线确定方法,采用Nielsen退化型式的Clough双分量模型,考虑 $P-\Delta$ 效应,用FORTRAN语言编制了平面杆系结构弹塑性直接动力分析程序PFEPDA。程序还具有将结构信息和反应时程转化为AutoCAD绘图软件包DXF图形交换文件的功能,与AutoCAD连用生成图形。使用该程序对唐山地震中七十多个单层厂房震害实例进行了计算,结果表明,程序性能可靠,具有计算速度快,使用方便的特点。该程序与本文作者编制的人工地震波生成程序连用,构成一完整的结构随机地震反应数字模拟体系,可进行结构地震反应的Monte Carlo模拟分析。

1 杆件的恢复力模型

杆件的恢复力特性曲线由骨架曲线和刚度退化型式决定。研究表明,构件在交变荷载作用下的骨架曲线与其一次加载曲线接近,可以较好地用三折线或双折线近似,构件的刚度退

化与最近一次所经历的最大变形有关, 现已提出的刚度退化型式主要有 Clough 退化型、Nielsen 退化型和 Masing 型等几种型式。

本文采用 Nielsen 退化型式的双线型恢复力模型。

1.1 骨架曲线的确定

如图 1 所示, 双线型骨架曲线完全由表征其特性的屈服弯矩 M_y 和相应的曲率 ϕ_y , 以及极限弯矩 M_m 和相应的曲率 ϕ_m 所确定。

$$\left. \begin{aligned} \text{初始刚度} \quad k_1 &= \frac{M_y}{\phi_y} \\ \text{强化刚度} \quad k_2 &= \frac{M_m - M_y}{\phi_m - \phi_y} \end{aligned} \right\} \quad (1a)$$

$$\text{通常将 } k_2 \text{ 表示为 } k_1 \text{ 的倍数 } k_2 = p \cdot k_1 \quad (1b)$$

$$\text{其中 } p \text{ 称之为强化系数 } p = \frac{k_2}{k_1} \quad (1c)$$

由于混凝土材料的非线性本构关系, 对给定的轴力 N , 弯矩 M 与曲率 ϕ 之间为高次非线性关系, 一般不能表示为一个简单的解析式, 只能迭代求出。结构地震反应弹塑性动力分析中过去的作法是, 用近似公式求出 M_y , 由于 ϕ_y 无法确定, 不能由式 (1a) 确定初始刚度 k_1 , 于是近似地取杆件截面的 EI 值来代替, 而将强化系数 p 取某一固定值, 如取 $p = 0.02$ 。这种作法主要有以下几点不足:

(1) 小偏压构件没有屈服段 (图 2), 不能用这种方法处理;

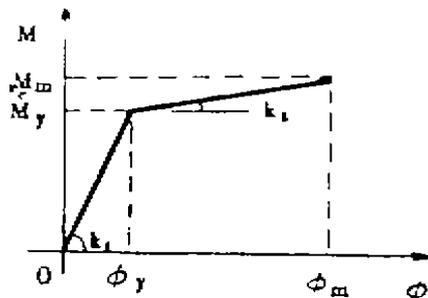


图 1 双线型骨架曲线

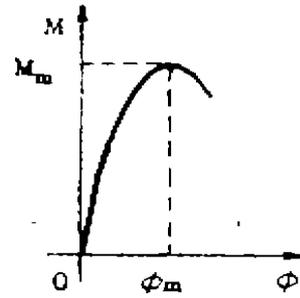


图 2 小偏压构件的 $M-\phi$ 关系

(2) 杆件截面的 EI 值比非线性分析得到的截面开裂前刚度大, 且不能反应轴力 N 对抗弯刚度的影响;

(3) 强化段的 p 值随构件不同和轴力不同而变化, 不宜用一固定值来表示;

(4) 由于无法求出 ϕ_y 值, 只能采用内力屈服比 M_{max}/M_y 来衡量构件进入塑性的程度, 不利于构件延性的计算, 也不利于进行刚度退化处理。

我们直接从钢筋和混凝土材料的非线性应力—应变关系出发, 迭代求出构件的 $N-M-\phi$ 曲线。从计算结果和有关的试验结果可以看到, 不考虑下降段, 大偏压构件的 $N-M-\phi$ 曲线可以很好地用三折线来拟合。若采用三线型恢复力模型, 可直接利用由 $N-M-\phi$ 曲线的开裂、屈服

和最大弯矩三个特征点所确定的三折线作为骨架曲线；若采用双线型恢复力模型，我们根据耗能等效的原则，按以下方法进行简化：

- (1) 简化前后屈服弯矩 M_y 和极限弯矩 M_m 不变；
- (2) 简化曲线下的面积与 $N-M-\phi$ 曲线下的面积相等（图3）；
- (3) 对小偏压构件，视曲率为 $\frac{1}{2}\phi_m$ 处所对应的弯矩为名义屈服弯矩，然后按（1）、（2）处理（见图4）。

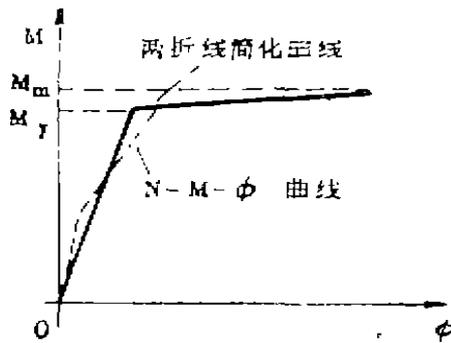


图3 大偏压构件的两折线简化

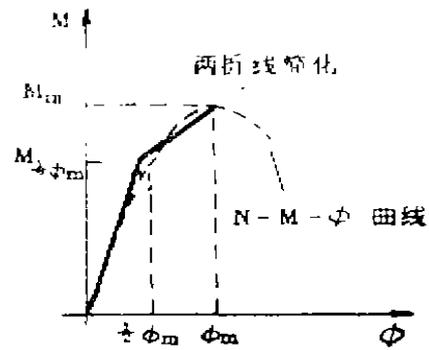


图4 小偏压构件的两折线简化

1.2 压弯构件一次加载 $N-M-\phi$ 曲线的求法

1.2.1 材料的本构关系

钢筋采用理想弹塑性应力—应变关系；

混凝土的应力—应变关系，在受压区，采用Hognest的带线性下降段的二次抛物线；在受拉区，采用二次抛物线。

1.2.2 截面内力公式

考虑矩形和工字形两种截面形式。

根据截面平均应变分布是平截面的假定，采用积分法求出矩形截面的内力表达式，然后利用变形协调条件，将工字形截面视为两个不同大小的矩形截面处理，将带翼缘的截面统一于矩形截面的计算之中。这些措施有效地简化了程序。

1.2.3 平衡迭代步骤

采用二分法进行满足平衡条件的迭代，其步骤如下：

(1) 取定曲率增量 $\Delta\phi$ ，对第 i 步 $\phi_i = \phi_{i-1} + \Delta\phi$ ，先假定受压边缘应变初值 $\epsilon_h = (\epsilon_{hmin} + \epsilon_{hmax})/2$ ，初始时取 $\epsilon_{hmin} = 0$ ， $\epsilon_{hmax} = \epsilon_u$ ，其中 ϵ_u 为混凝土极限压应变，根据箍筋配置等约束情况取值；

(2) 由截面内力公式计算与 ϕ_i 对应的轴力 N_i ；

(3) 将 N_i 与外荷载 N 比较，若平衡，则由内力计算公式求出与 ϕ_i 对应的截面弯矩 M_i ，然后返回(1)，进行第 $i+1$ 步的计算；若不平衡，则用二分法调整受压边缘应变 ϵ_h 后返回②，仍进行第 i 步的迭代，直至平衡为止；

(4) 当 $\epsilon_h \geq \epsilon_u$ 时，认为边缘混凝土压碎，对给定的 $N-M-\phi$ 曲线完成。

1.3 双线性Nielsen退化模型

将骨架曲线与刚度退化型式结合起来，便构成了恢复力模型。本文所采用的 Nielsen 退化型如图 5 所示，它主要反映杆件屈服后的刚度的降低与塑性变形增量有关这一特性，屈服后卸载和加载变形途径均按刚度 k_u 计算。

$$k_y = k \cdot \left(\frac{\phi_y}{\phi_{max}} \right)^\alpha \quad (2)$$

式中： ϕ_y ——屈服曲率；
 ϕ_{max} ——最近一次所经历的最大曲率；
 α ——经验系数，本文取 $\alpha = 0.05$ 。

Nielsen 退化型的主要优点是简单又能大致反应钢筋混凝土构件的刚度退化效应。

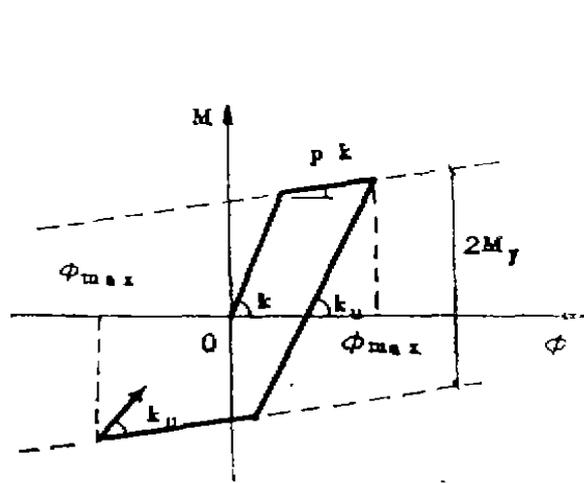


图 5 Nielsen退化模型

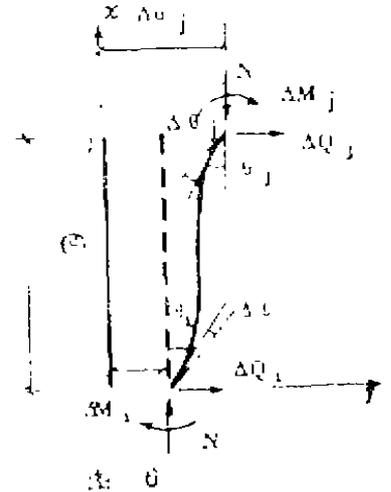


图 6

2 杆件单元刚度矩阵

本文采用考虑 $P-\Delta$ 效应的Clough双分量模型单元刚度矩阵。

一压弯杆件(e)，其杆端力和杆端位移正向如图 6 所示。设杆(e)的变形曲线为

$$y(x) = [N_1(x) \quad N_2(x) \quad N_3(x) \quad N_4(x)] \begin{Bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta u_i \\ \Delta\theta_j \\ \Delta u_j \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式中， $N_i(x)$ ($i=1, 2, 3, 4$) 是形函数。

由能量原理，不难得到该压弯杆的刚度方程为：

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_i \\ \Delta Q_i \\ \Delta M_j \\ \Delta Q_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ & \dots & \dots & \\ & & \dots & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta u_i \\ \Delta\theta_j \\ \Delta u_j \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ & \dots & \dots & \\ & & \dots & \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta u_i \\ \Delta\theta_j \\ \Delta u_j \end{Bmatrix} \quad (4)$$

将上式缩写为: $\{F\}^{(e)} = [K]^{(e)} \{\Delta\}^{(e)}$ (5a)

式中 $[K]^{(e)} = [K]^{(e)} - [S]^{(e)}$ (5b)

$$k_{ij} = \int_0^l EI N_i'' N_j'' dx$$

$$s_{ij} = -N \int_0^l N_i' N_j' dx \quad (i=1, 2, 3, 4)(j=1, 2, 3, 4) \quad (5c)$$

矩阵[S]反映了轴力效应,称之为几何刚度矩阵。

设变形曲线为三次式 $y(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$ (6)

将式(6)代入杆件单元处于两端无铰、i端有铰j端无铰、j端有铰i端无铰和两端皆有铰等四种不同的边界条件,求得对应的形函数 N_i ,再将形函数代入式(5),即可求出与以上四种边界条件相对应的单元刚度矩阵如下:

(1) 两端无铰时:

$$[K]^{(e)} = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 4 & 6/l & 2 & -6/l \\ 6/l & 12/l^2 & 6/l & -12/l^2 \\ 2 & 6/l & 4 & -6/l \\ -6/l & -12/l^2 & -6/l & 12/l^2 \end{bmatrix}$$

$$-N \begin{bmatrix} 2l/15 & 1/10 & -l/30 & -1/10 \\ 1/10 & 6/5l & 1/10 & -6/5l \\ -l/30 & 1/10 & 2l/15 & -1/10 \\ -1/10 & -6/5l & -1/10 & 6/5l \end{bmatrix} \quad (7a)$$

(2) i端有铰j端无铰时:

$$[K]^{(e)} = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/l^2 & 3/l & -3/l^2 \\ 0 & 3/l & 3 & -3/l \\ 0 & -3/l^2 & -3/l & 3/l^2 \end{bmatrix}$$

$$-N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6/5l & 1/5 & -6/5l \\ 0 & 1/5 & l/5 & -1/5 \\ 0 & -6/5l & -1/5 & 6/5l \end{bmatrix} \quad (7b)$$

(3) j端有铰i端无铰时:

$$[K]^{(e)} = \frac{EI}{l} \begin{bmatrix} 3 & 3/l & 0 & -3/l \\ 3/l & 3/l^2 & 0 & -3/l^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/l & -3/l^2 & 0 & 3/l^2 \end{bmatrix}$$

$$-N \begin{bmatrix} l/5 & 1/5 & 0 & -1/5 \\ 1/5 & 6/5l & 0 & 6/5l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/5 & -6/5l & 0 & 6/5l \end{bmatrix} \quad (7c)$$

(4) 两端皆有铰时:

$$[K]^{(e)} = -[s]^{(-)} = -N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/l & 0 & -1/l \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/l & 0 & 1/l \end{bmatrix} \quad (7d)$$

根据Clough双分量模型，假想每一根杆由两根平行的杆件所组成，一根为弹性杆，一根为理想弹塑性杆，如图7所示，其中 $p+q=1$ 。

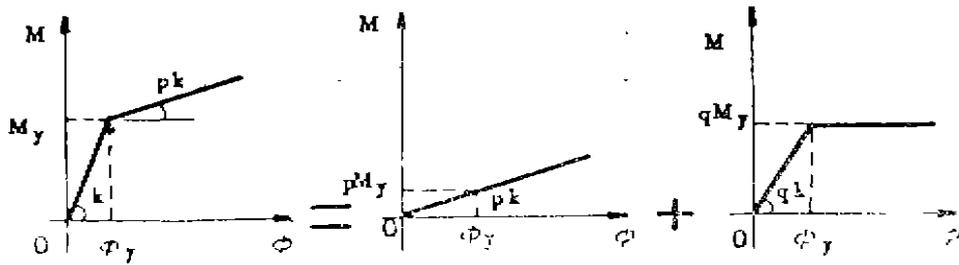


图7

由图7和上述不同边界条件的单刚(7a-d)式，不难求得各种弹塑性状态杆件的单元刚度矩阵 $[K]^{(e)}$

$$[K]^{(e)} = \begin{bmatrix} k_a & k_d & k_b & -k_d \\ & k_e & k_f & -k_e \\ \text{对} & & k_e & k_f \\ \text{称} & & & k_e \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中各元素按表1取值。

表1 单刚元素表

杆件状态	弹性阶段	i端塑性	j端塑性	两端塑性
k_a	$4k - \frac{2l}{15}N$	$4pk - \frac{pl}{15}N$	$(3+p)k - \frac{(3-p)l}{15}N$	$4pk - \frac{2pl}{15}N$
k_b	$2k + \frac{l}{30}N$	$2pk + \frac{pl}{30}N$	$2pk + \frac{pl}{30}N$	$2pk + \frac{pl}{30}N$
k_c	$\frac{12}{l^2}k - \frac{6}{5l}N$	$\frac{3+9p}{l^2}k - \frac{6}{5l}N$	$\frac{3+9p}{l^2}k - \frac{6}{5l}N$	$\frac{12p}{l^2}k - \frac{5+p}{6l}N$
k_d	$\frac{6}{l}k - \frac{1}{10}N$	$\frac{6p}{l}k - \frac{p}{10}N$	$\frac{3(1+p)}{l}k - \frac{(2-p)}{10}N$	$\frac{6p}{l}k - \frac{p}{10}N$
k_e	$4k + \frac{2l}{15}N$	$(3+p)k - \frac{(3-p)l}{15}N$	$4pk - \frac{pl}{15}N$	$4pk - \frac{2pl}{15}N$
k_f	$\frac{6}{l}k - \frac{1}{10}N$	$\frac{3(1+p)}{l}k - \frac{(2-p)}{10}N$	$\frac{6p}{l}k - \frac{p}{10}N$	$\frac{6p}{l}k - \frac{p}{10}N$

3 动力方程的建立和求解

不计杆件轴向变形的影响, 将结构视为每个结点为两个自由度的体系, 然后通过质量缩聚, 略去结点转动惯性力和其它认为有必要略去的质量很小处的侧向惯性力, 建立结构的动力方程。

$$\text{自由振动的矩阵方程} \quad M\ddot{U} + KU = 0 \quad (9)$$

我们把全位移 U 分解为有惯性力的位移 U_1 和忽略惯性力的位移 U_2 , 方程 (9) 的相应分块为

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_1 \\ \ddot{U}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

略去下面分块方程中的惯性力后, 得到

$$U_2 = -K_{22}^{-1}K_{21}U_1 \quad (11)$$

把式 (11) 代入系统的应变能和动能的表达式中, 这些量就用 U_1 表示为:

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1}{2} U_1^T K^* U_1 \\ V &= \frac{1}{2} \dot{U}_1^T M^* \dot{U}_1 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

以 U_1 为独立坐标使用哈密顿变分原理, 得到缩聚自由度后的振动方程

$$M^* \ddot{U}_1 + K^* U_1 = 0 \quad (13)$$

式中缩聚的质量矩阵 M^* 和刚度矩阵 K^* 分别为

$$M^* = M_{11} - M_{12} K_{22}^{-1} K_{21} - k_{12} K_{22}^{-1} M_{21} + K_{12} K_{22}^{-1} M_{22} K_{22}^{-1} K_{21} \quad (14)$$

$$K^* = K_{11} - K_{12} K_{22}^{-1} K_{21} \quad (15)$$

当采用集中质量矩阵时, 式 (14) 成为:

$$M^* = M_{11} \quad (16)$$

在地面加速度 \ddot{X}_g 作用下, 缩聚的结构动力方程为:

$$M^* \ddot{U}_1 + C \dot{U}_1 + K_{11}^* U_1 = -M^* \{1\} \ddot{X}_g \quad (17)$$

式中阻尼矩阵 C , 取瑞雷正交阻尼, 地面运动加速度 \ddot{X}_g , 可由实测地震记录或人工地震波生成程序获得。

动力方程 (17) 的求解, 采用 Wilson- θ 法, 不赘述。

4 程序编制中的几个问题

4.1 杆件弹塑性状态改变时刻 T_p 的搜索

由计算比较可知, 大偏压构件屈服后刚度约为初始刚度的 0.0001~0.02 倍, 因此, 必须

准确地找出弹塑性状态改变的時刻，适时改变杆件刚度，才能保证计算的可靠性。

程序采用两分法搜索弹塑性状态改变時刻 T_p 。若计算到时段 (T_L, T) 发现有弹塑性状态改变，对分该时段；若对分后仍发现有弹塑性状态改变，再对分时段。时段以 $1/2^n$ 的速度不断缩小，很快收敛于 T_p 。搜索精度取为 $EPS = 0.0001$ 秒。

对于杆件刚度退化时间 T_d ，由于每次退化前后刚度变化不是太显著，且为满足积分收敛，时段划分已较小，所以不予搜索，直接按时段划分点确定。

4.2 总刚的修改

进行动力分析的过程中，任一杆件弹塑性状态的变化或刚度的退化，都将引起结构总刚的改变。由于采用了前述对杆件弹塑性状态改变時刻 T_p 的搜索手段，一般情况下，一次只有个别杆件弹塑性状态发生改变，所以不必重新形成总刚，只需将发生状态改变单元的单刚改变量 $\Delta K^{(e)}$ 直接迭加进总刚，即实现了总刚的改变。

4.3 弹塑性状态信息和刚度退化信息

弹塑性状态信息由四位二进制数表示，存贮于数组 $LP(I, 4)$ 中，以变量 IP 作为开关变量
 $IP = 8LP(I, 1) + 4LP(I, 2) + 2LP(I, 3) + LP(I, 4)$

根据 IP 的不同取值，确定第 I 根杆件的弹塑性状态，由表1形成单元刚度矩阵，遵循图5所示的随动硬化模型滞回行进。

变量 IP 取值的意义见表2。

表2 弹塑性状态信息表

IP	弹塑性状态信息	LP(I, 1)	LP(I, 2)	LP(I, 3)	LP(I, 4)
0	两端弹性	0	0	0	0
1	A端弹性, B端负塑性	0	0	0	1
2	A端弹性, B端正塑性	0	0	1	0
4	A端负塑性, B端弹性	0	1	0	0
5	A端负塑性, B端负塑性	0	1	0	1
6	A端负塑性, B端正塑性	0	1	1	0
8	A端正塑性, B端弹性	1	0	0	0
9	A端正塑性, B端负塑性	1	0	0	1
10	A端正塑性, B端正塑性	1	0	1	0

刚度退化信息由当前时刻曲率 ϕ_i 是否大于此时刻以前所经历的最大曲率 ϕ_{max} 和屈服曲率 ϕ_y 确定。

若 $|\phi_i| > \phi_{max}$ 和 $|\phi_i| > \phi_y$ 同时成立

$$\text{则 } PD(I) = (\phi_y / |\phi_i|)^a \quad \phi_{max} \leftarrow |\phi_i|$$

$$K_i \leftarrow PD(I) \cdot K_i$$

这里没有考虑杆件两端刚度退化不同的情形。

4.4 本程序可将各质点的时间-位移历程、时间-绝对加速度历程数据转换成 Auto CAD 绘图软件包的 DXF 图形交换文件，其中 DXF 文件采用实体 Polyline 形成。图8为某高低跨厂房在宁河地震波作用下屋面各时程反应曲线。

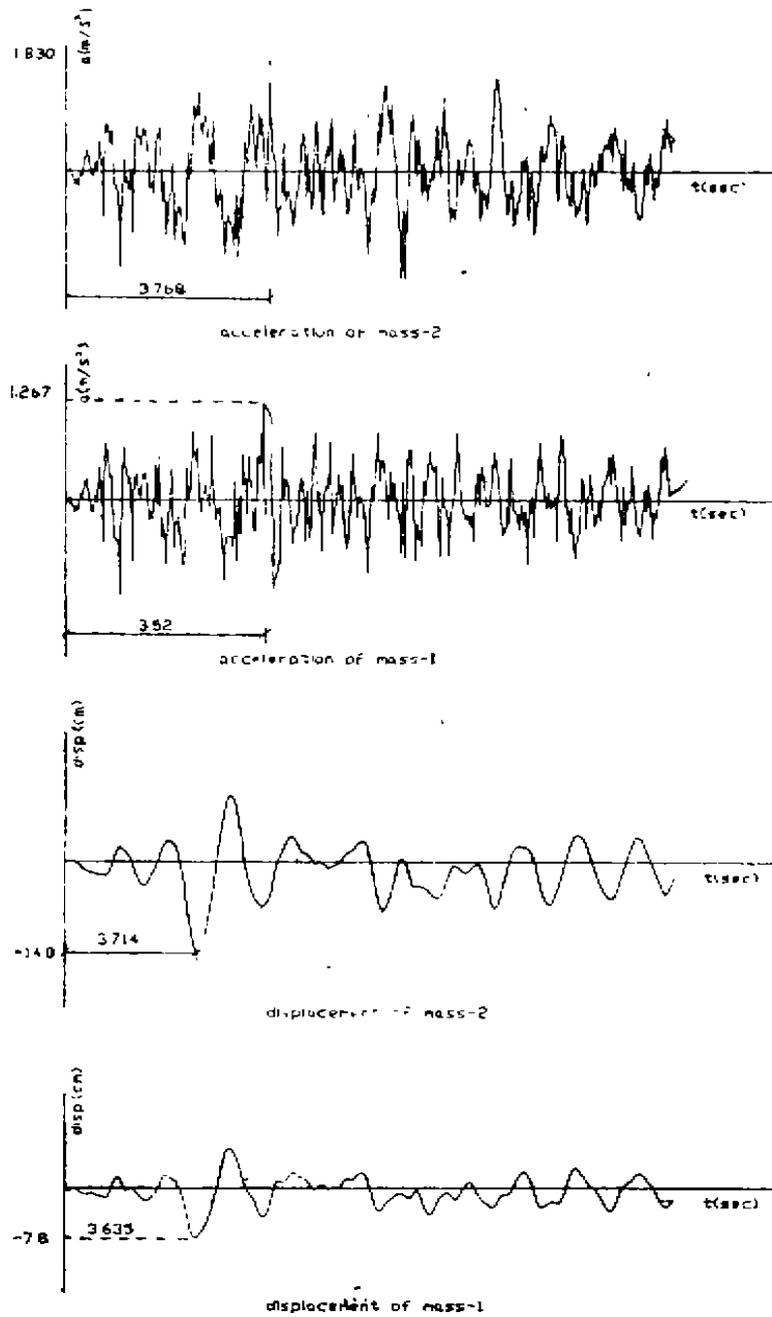


图8 某高低跨厂房屋盖时程反应曲线

5 结 语

本文提出了直接根据计算机模拟得到的各个杆件的一次加载曲线作为该杆的恢复力模型骨架曲线的思想,反映了各个杆件由于轴力、配筋及混凝土约束等不同所产生的对骨架曲线的影响,程序同时考虑了P- Δ 效应和刚度退化因素,在一定程度上体现了影响杆系模型弹

塑性地震反应的几个主要因素。

但是, 该程序目前还只能对压弯破坏构件的一次加载曲线进行模拟, 对其它类型的破坏形式, 如剪压破坏等还不能处理; 常见的大偏压钢筋混凝土构件的一次加载曲线具有明显的三折线形式, 宜采用 Clough 三线型退化模型更为接近实际。这些问题都有待于进一步的探讨。

参 考 文 献

- [1] 俞建麟、董伟民, 人工地震波或实际地震波作用下结构的弹塑性动力分析程序, 一机部设计总院资料, 1979
- [2] 吴育才, 单层钢筋混凝土柱厂房的设防标准(材料之一), 机械工业部设计总院资料, 1985
- [3] R. W. Clough, J. Penzien, Dynamics of Structures, 1975
- [4] G. M. Powell, Computer Methods for Nonlinear Seismic Analysis, 1982
- [5] 李国豪, 工程结构抗震动力学, 上海科技出版社, 1980
- [6] 朱伯龙、董振祥, 钢筋混凝土非线性分析, 同济大学出版社, 1985
- [7] 周基岳、刘南科, 钢筋混凝土框架非线性分析中的截面弯矩-曲率关系, 重庆建筑工程学院学报, 1984, 2

(编辑: 徐维森)

THE ELASTOPLASTIC DYNAMIC ANALYSIS OF RC PLANAR FRAMES AND ITS PROGRAM

Wang Jinhai Huang Zongming

(Department of Civil Engineering)

ABSTRACT This paper makes use of a beam-column model in the elastoplastic dynamic analysis of RC planar frames. For which an improved method is presented to establish the envelopes of moment-curvature relationships by application of RC nonlinear analysis, and a program named PFEFDA suitable to microcomputer is developed.

KEY WORDS elastoplastic dynamic analysis, moment-curvature relationships, procedure of program