

10

73-7P

塔机起升平面内的动态响应研究*

宋立权
(机电工程学院)

TH 213.302

摘 要 对塔机在起升平面内的弹性振动系统提出了动态响应研究的动力学模型,导出了模型中的各代换参数,由模型建立的振动方程不仅可获得解析表达的动态响应输出,并可推得适用于工程实际的简化计算式。

关键词 塔式起重机, 动态响应, 弹性振动
中图分类号 TH213.302

塔机动力学是一个难度较大的课题,目前对此研究尚不充分。设计中采用的仍是传统的静强度方法。动载系数的选取,往往由设计者凭经验确定,可能出现的主观臆断将使结构过于偏安全或强度不足。塔机为一多自由度弹性振动系统,其结构尺寸、幅度、起重量的不同系统的刚度、质量均不相同。在不同工况的输入激励下,冲击振动的动态响应也各不相同。仅从动载系数看,也应是多个变量的函数。为使塔机设计更趋于合理并提高其工作的可靠性,需对塔机动态响应进行更深入的研究。根据对研究对象的侧重点不同,建立合理、符合的力学模型并导出模型中各代换参数的计算表达,是建立振动方程进而求解的关键所在。本文视整个塔机为一弹性系统,重在探讨吊钩、起升钢绳及臂架结构的动态响应,将系统简化为三质量二自由度的半正定系统力学模型。模型对工程实际有足够的精度。同时与模型对应的振动方程组可获得解析解。因而使问题的研究更具有普遍意义。

1 系统力学模型

塔机结构如图1(a)所示,其上含有集中质量及连续分布质量,结构系统的代换点取在幅度为R处的臂架上,整个塔机系统简化后力学模型如图1(b)所示。

图1(b)中

K_T ——塔机结构在代换点T处的代换刚度;

m_T ——塔机结构在代换点T处的代换质量;

X_T ——代换质量 m_T 的位移响应;

$M(t)$ ——输入激励的时间函数(作用于卷筒上的等效驱动力矩或阻力矩)^[1]

K_0 ——传动机构及起重钢绳的代换刚度;

J_0 ——传动机构可动构件及卷筒在卷筒处的代换转动惯量;

* 收稿日期:1995-04-13

宋立权,男,1952年生,讲师,重庆建筑大学机电工程学院(630045)

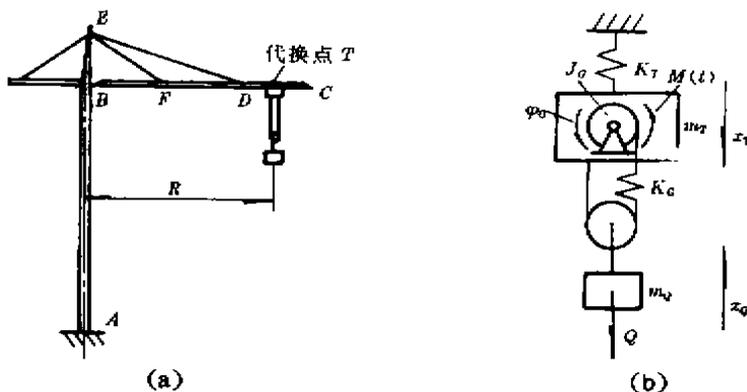


图 1

φ_0 ——卷筒的角位移响应；
 m_Q ——重物、吊钩组及起重钢绳在重物上的代换质量；
 x_Q ——重物的位移响应。

2 代换参数的计算

2.1 结构代换刚度 K_T

将塔机金属结构视为一弹性系统如图

2。

图中：

- K_1 ——塔身 B 点处的横向刚度；
- K_2 ——塔帽顶端 E 点相对于 B 点的横向刚度；
- K_3, K_4 ——吊臂拉杆的纵向刚度；
- K_5 ——吊臂在幅度 R 处的横向刚度；
- K_6 ——塔身 AB 段的纵向刚度。

由势能原理，求得

$$K_T = 1 \left/ \left(\frac{R^2}{L_{Ab}^2 K_1} + \frac{R^2}{L_{Bb}^2 K_2} + \frac{R^2}{L_{Bb}^2 \sin^2 \alpha_T K_3 + L_{Bb}^2 \sin^2 \alpha_D K_4} + \frac{1}{K_5} + \frac{1}{K_6} \right) \right. \quad (1)$$

K_2 及 K_6 比其它各刚度大得多，若视为刚性，式(1)简化为：

$$K_T = 1 \left/ \left(\frac{R^2}{L_{Ab}^2 K_1} + \frac{R^2}{L_{Bb}^2 \sin^2 \alpha_T K_3 + L_{Bb}^2 \sin^2 \alpha_D K_4} + \frac{1}{K_5} \right) \right. \quad (2)$$

若臂架为单吊点，如无拉杆 EF，则式(2)中令 $K_3 = 0$ ，则 K_T 为

$$K_T = 1 \left/ \left(\frac{R^2}{L_{Ab}^2 K_1} + \frac{R^2}{L_{Bb}^2 \sin^2 \alpha_D K_4} + \frac{1}{K_5} \right) \right. \quad (3)$$

各刚度 K_i 由下式计算

$$K_1 = \frac{2EI_1}{L_{Ab}^3} \quad I_1 \text{——塔身横截面惯性矩(抗弯)}$$

$$K_3 = \frac{EA_3}{L_{BF}}, \quad K_4 = \frac{EA_4}{L_{BD}} \quad A_3, A_4 \text{——拉杆横截面积}$$

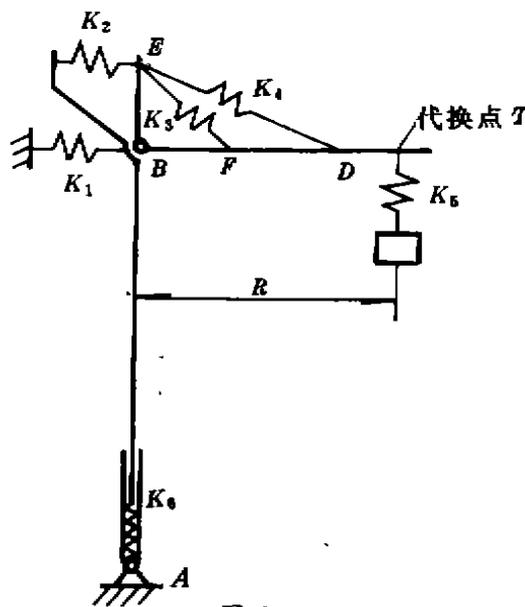


图 2

对双吊点臂架, K_6 的计算应通过解超静定方程, 求出臂架在幅度 R 处的自身弯曲变形的位移, 即可求得其刚度(从略)。

对单吊点臂架, 按下式计算(等截面)

$$K_6 = \begin{cases} \frac{3EI_5 L_{BD}}{(L_{BD} - R)^2 R^2} & 0 \leq R < L_{BD} \\ \frac{3EI_5}{(R - L_{BD})^2 R} & L_{BD} \leq R < L_{DC} \end{cases}$$

若代换点位于吊点 F 或 D 处, 臂架自身在代换点处无弯曲变形产生的位移, 可分别在式(2)或(3)中令 $K_6 \rightarrow \infty$, 即令 $\frac{1}{K_6} = 0$ 。

2.2 结构代换质量 m_T

塔机金属结构是由若干集中质量和连续分布质量组成的具有无穷多个自由度的弹性系统, 由结构动力学知, 金属结构振动时, 其动位移曲线是无穷多个振型分量的迭加

$$\delta(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i(x) \cdot T_i(t)$$

在未求出作用在金属结构上的动载荷响应前, 无法用具有无限连续体的数学物理偏微分方程求解振动位移曲线, 因而无法精确求出结构在臂架上幅度为 R 处的代换质量。已有的研究表明, 结构振动时, 其上各点均近似按一阶振型作简谐运动。即一阶振型分量在结构振动位移中起主要作用。故可用结构静变形近似代替动变形。以 QT40、QT80

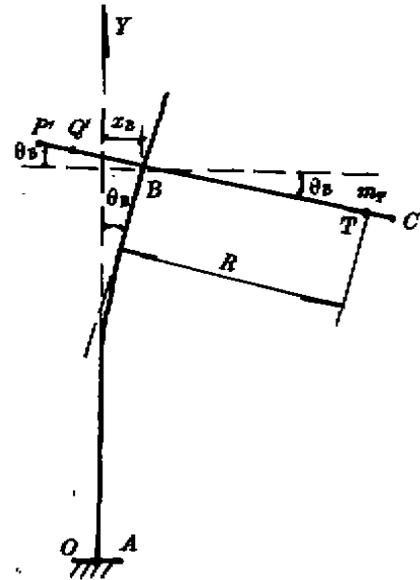


图 3

等塔机实例计算知: 在无附着状态的最大独立高度下, 外载荷(吊重)作用下, 由臂架弯曲变形引起臂架上某点的位移与由塔身弯曲变形引起该点位移两者相比, 前者比后者小得多, 故可认为结构振动时, 一阶振型主要由塔身产生。如图 3 所示。

由动能相等原理, 求得结构系统在代换点 T 处的代换质量为:

$$m_T = m_C + \left\{ \frac{L_{AB}^2}{20} m_s + \int_{L_{AB}}^{L_{AB}+L_{BC}} \rho_m(y) \left[(y - L_{AB}) + \frac{L_{AB}}{2} \right]^2 dy \right. \\ + \left(\frac{L_{AB}^2}{4} + \frac{L_{BC}^2}{3} \right) m_p + \left(\frac{L_{AB}^2}{4} L_{BC}^2 \right) m_r + \left(\frac{L_{AB}^2}{4} + L_{BC}^2 \right) m_Q \\ \left. + \left(\frac{L_{AB}^2}{4} + \frac{L_{BC}^2}{3} \right) m_d + \frac{L_{AB}^2}{4} m_f \right\} / \left(\frac{L_{AB}^2}{4} + R^2 \right) \quad (4)$$

- 式中 m_C —— 小车质量; m_s —— 塔身总质量;
 $\rho_m(y)$ —— 塔帽密度函数(由塔帽结构型式确定);
 m_p —— 平衡臂质量; m_r —— 平衡重质量;
 m_Q —— 起升机构质量; m_d —— 吊臂质量;
 m_f —— 回转支承、上、下接盘总质量。

2.3 代换刚度 K_a

该代换刚度包括起升机构,卷筒及起升钢绳。设起升机构中各弹性轴代换至卷筒的代换(扭转)刚度为 K_a (轴系传动刚度代换原理见[2])。卷筒直径为 D ,则 K_a 换算至卷筒上沿升钢绳方向的线代换刚度为 $K'_a = \frac{4K_a}{D^2}$ 。

传动部分示意如图 4,卷筒中心位于平衡臂上距塔身中心线 L_0 处,小车位于幅度 R 处,臂架端点距塔身中心线距离为 L ,滑轮组上、下滑轮间距为 L_3 ,滑轮组倍率为 a (图中 $a = 2$),则 $K'_{10} = \frac{EA}{L_0 + R}$, $K_{20} = \frac{EA}{L_2} = \frac{EA}{L - R}$, $K_{30} = \frac{EA}{L_3}$,由势能原理求得

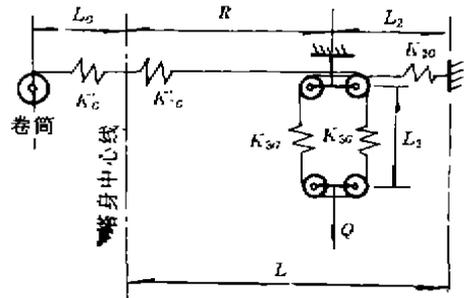


图 4

$$K_a = \frac{a^2 K_{10} K_{20} K_{30}}{a K_{10} K_{20} + K_{10} K_{30} + K_{20} K_{30}} \quad (5)$$

其中: $K_{10} = \frac{K'_{10} K'_a}{K'_{10} + K'_a}$

2.4 代换转动惯量 J_a

设卷筒的转动惯量为 J_T ,其角速度为 ω_T 。机构中各转动构件(包括电机转子)的转动惯量及角速度分别为 $J_i, \omega_i (i = 1, 2)$,由动能相等原理求得

$$J_a = J_T + \sum_{i=1}^n J_i \left(\frac{\omega_i}{\omega_T} \right)^2 \quad (6)$$

2.5 代换质量 m_a

设重物质量为 m ,吊钩及吊具质量为 m_{q1} ,起升钢绳质量为 m'_{q2} 。将起升钢绳视为作纵向振动的连续弹性“杆”,则代换至重物上的质量为 $m_{q2} = \frac{1}{3} m'_{q2}$,故

$$m_a = m + m_{q1} + m_{q2} \quad (7)$$

2.6 输入激励 $M(t)$

$M(t)$ 为作用在卷筒上的等效驱动力矩或等效阻力矩,它作为系统振动方程的输入激励,与系统的固有特性及动力装置的机械特性有关,不同工况下的 $M(t)$ 由文献[1]表出(从略)。

3 系统振动方程及求解

由拉氏方程建立图 1(b) 的振动方程组如下:

$$\begin{aligned} J_a \ddot{\varphi}_a + K_a \left[\frac{D\varphi_a}{2a} - (X_T + X_Q) \right] \frac{D}{2} / a\eta_0 &= M(t) \\ m_T \ddot{x}_T - K_a \left[\frac{D\varphi_a}{2a} - (X_T + X_Q) \right] + K_T x_T &= 0 \\ m_Q \ddot{x}_Q - K_a \left[\frac{D\varphi_a}{2a} - (X_T + X_Q) \right] &= -Q \end{aligned} \quad (8)$$

式中: η_0 ——效率;

$\eta_0 = \eta_{\text{卷筒}} \cdot \eta_{\text{滑轮组}}$;

重物上升 $\lambda = 1$; 重物下降 $\lambda = -1$;

Q ——吊钩、吊具及重物重量之和。

设 X_G 为卷筒 $\frac{D}{2}$ 处的线位移, $F(t)$ 为作用于卷筒 $\frac{D}{2}$ 处的切向等效力, 则:

$$X_G = \frac{D}{2} \varphi_a \quad M(t) = \frac{D}{2} F(t)$$

$$\text{又:} \quad J_G = \frac{D^2}{4} m_a \quad J_G \ddot{\varphi}_a = \frac{D}{2} m_a \ddot{X}_G$$

代入方程组(8)并令

$$M_a = m_a \eta b^2 \quad f(t) = F(t) \eta b \\ M_T = m_T \quad M_Q = m_Q$$

则振动方程的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} M_a & & \\ & M_T & \\ & & M_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_G \\ \ddot{X}_T \\ \ddot{X}_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a/a^2 & -K_a/a & -K_a/a \\ -K_a/a & K_a + K_T & K_a \\ -K_a/a & K_a & K_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_G \\ X_T \\ X_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \\ -Q \end{bmatrix}$$

由系统的特征方程 $|\mathbf{B}i| = |\mathbf{K} - p_i \mathbf{M}| = 0$

求得系统固有频率为 $p_0 = 0$

$$p_{1,2}^2 = \frac{K_a(a^2 M_a + M_Q)}{2a^2 M_a M_Q} + \frac{K_a + K_T}{2M_T}$$

$$\mp \sqrt{\left[\frac{K_a(a^2 M_a + M_Q)}{2a^2 M_a M_Q} + \frac{K_a + K_T}{2M_T} \right]^2 - \frac{K_a K_T (a^2 M_a + M_Q)}{a^2 M_a M_T M_Q}}$$

其中 p_1^2 取“—”, p_2^2 取“+”。

系统模态矩阵为:

$$[x_M] = [x_{M1}, x_{M2}, x_{M3}] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{M_Q}{aM_a} & -\frac{M_Q}{aM_a} \\ 0 & -\frac{p_1^2 M_Q}{K_T - p_1^2 M_T} & -\frac{p_2^2 M_Q}{K_T - p_2^2 M_T} \\ \frac{1}{a} & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

主质量阵及主刚度阵分别为

$$[M_z] = [x_M]^T [M] [x_M] \quad [K_z] = [x_M]^T [K] [x_M]$$

对主坐标的输入激励

$$[F_z] = [x_M]^T [F] = [x_M]^T \begin{bmatrix} f(t) \\ 0 \\ -Q \end{bmatrix}$$

设主坐标下的各阶主振型为

$$[S_z] = [S_{z1}, S_{z2}, S_{z3}]^T$$

则解耦后振动方程的矩阵形式为

$$[M_z][\ddot{S}_z] + [K_z][S_z] = [F_z]$$

$[M_z]$ 、 $[K_z]$ 均为对角阵, 解上振动方程组, 求出主坐标下的 S_{z1} 、 S_{z2} 及 S_{z3} 并由模态矩阵 $[x_M]$ 得系统在原坐标下的位移响应为:

$$[X] = \begin{bmatrix} X_G \\ X_T \\ X_Q \end{bmatrix} = [X_M][S_2]$$

由初始条件(从略)可解出各积分常数, $[X]$ 分别对时间求一阶、二阶导数, 得速度及加速度响应分别为:

$$[\dot{X}] = [\dot{X}_G, \dot{X}_T, \dot{X}_Q]^T \quad [\ddot{X}] = [\ddot{X}_G, \ddot{X}_T, \ddot{X}_Q]^T$$

载荷响应为:

$$\text{吊钩} \quad P_G = K_G \left[\frac{X_G}{a} - (X_T + X_Q) \right]$$

$$\text{吊臂} \quad P_B = K_T X_T$$

载荷系数响应为:

$$\text{吊钩} \quad \phi_G = P_G / Q$$

$$\text{吊臂} \quad \phi_B = P_B / Q$$

起重钢绳及机构的载荷响应及载荷系数响应可分别由 P_G 和 ϕ_G 除以倍率及效率求得。限于篇幅, 仅给出下降制动工况的解答。

$$P_G(t) = F \left\{ A \left[\left(1 - \frac{K_T}{m_T p_1^2} \right) \cos p_1 t - \left(1 - \frac{K_T}{m_T p_2^2} \right) \cos p_2 t \right] + B \right\} + Q$$

$$P_B(t) = -F \left[\frac{K_T}{m_T} A \left(\frac{1}{p_1^2} \cos p_1 t - \frac{1}{p_2^2} \cos p_2 t \right) + B \right] + Q$$

$$\text{式中} \quad F = \frac{2M' i}{D\eta'} - \frac{Q}{a} \eta_0; \quad B = \frac{am_0}{a^2 m_G + m_0 \eta_0};$$

$$A = \frac{K_G}{am_0(p_2^2 - p_1^2)};$$

M' —— 制动力矩;

η' —— 机构效率;

i —— 制动轴与卷筒间传动比。

可以证明(从略)当 $\cos p_1 t = \cos p_2 t = -1$, 吊钩动载荷最大。当 $\cos p_1 t = -1$, $\cos p_2 t = 1$, 吊臂上动载荷最大。其值为:

$$P_{G\max} = 2F \cdot B + Q \quad P_{B\max} = F \cdot B \left(1 + \frac{2p_1^2}{p_2^2 - p_1^2} \right) + Q$$

4 不同工况的模型讨论

式(8)所给振动方程组适用于上升起动、下降起动及下降制动工况。

对上升制动工况, 应分为两个阶段考虑。第一阶段, $\dot{\varphi}_G$ (或 \dot{X}_G) 由某一值至零。以第一阶段结束时的各响应作为第二阶段的初始条件。第二阶段, J_G (或 m_0) 不运动, 但在该阶段开始瞬时, 由于重物受到一向上的惯性力, 制动结束瞬时, 重物仍要向上运动, 然后回落, 引起系统继续作弹性振动。因此, 对该工况第一阶段可直接应用式(8)振动方程组, 而对第二阶段, 只需在式(8)中去掉第一个方程并在其余两个方程中令 $X_G = 0$ 即可。

对重物从地面起升的工况, 也应视为两个阶段考虑。第一阶段, 开始时钢绳是松弛的, 逐渐钢绳收紧至 $P_G = Q$, 此阶段, 又可分为地基为刚性或弹性的。

对刚性地基, 振动方程为 (m_0 不参与运动)

$$m_Q \ddot{X}_Q + K_G \left(\frac{\dot{X}_Q}{a} - \dot{X}_T \right) / a \eta_0 = F(t)$$

$$m_T \ddot{X}_T - K_G \left(\frac{\dot{X}_Q}{a} - \dot{X}_T \right) + K_T X_T = 0$$

对弹性地基, 设 K_G 为地基刚度, δ 为在 Q 作用下地基的弹性变形, 振动方程组中前两式与式(8)相同, 最后一式改写为:

$$m_Q \ddot{X}_Q - K_G \left(\frac{\dot{X}_Q}{a} - (\dot{X}_T + \dot{X}_Q) \right) - K_G (\delta - X_Q) = -Q$$

该工况的第二阶段开始时, 认为机构已进入稳定运转 $\dot{X}_Q = \text{常数}$, 可直接应用式(8)中后两个方程, X_Q 为时间的一次函数。

5 结束语

计算载荷的确定关系到塔机设计的可靠性、经济性, 但目前在起重机设计规范中, 即使是按静强度设计, 也尚无适宜的公式用来正确确定动载系数的大小(动载系数与诸多因素有关)。从发展的观点看, 静强度设计必然要被动强度设计所取代, 而塔机动力学研究成果是动强度设计的基础。本文从理论上并结合塔机各类工况, 对塔机动力学模型代换参数及方程求解, 进行了较为全面的研究和探讨。笔者就塔机动力响应, 编制出通用计算程序并应用于塔机设计。计算与实测表明, 本文的理论及方法具有较高的符合性, 不仅对塔机动力学分析与研究具有理论意义, 同时对塔机的综合设计也具有工程实际意义。

参 考 文 献

- 1 宋立权. 塔机动态响应输入激励的载荷时间函数求解. 重庆建筑大学学报, 1995, 17(2)
- 2 张维屏. 机械振动学. 北京: 冶金工业出版社
- 3 [美]F. S. 谢著. 沈文钧, 张景文译. 机械振动理论及应用. 北京: 国防工业出版社

(编辑: 刘家凯)

THE DYNAMIC-STATE RESPONDING STUDY OF TOWER CRANE IN LIFT PLANE

Song Liqun

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering)

ABSTRACT This paper presents the dynamic-state responding model of vibration system and equivalent parameters for lift plane of tower crane. the analytical answer can be obtained by the vibration. The simple and useful formulas suit to engineering practice can be got by analytical solution. It is important to theory and practice for dynamic study and design of tower crane.

KEY WORDS tower crane, dynamic-state response