

文章编号: 1006-7329(2000)05-0017-06

钢筋混凝土框架柱双向受剪承载力 计算方法探讨

TU375.301

17-22, 449

傅剑平, 张川, 钟树生

(重庆建筑大学 建工学院, 重庆 400045)

摘要:在认真学习框架柱双向受剪承载力计算方法“超强系数法”的基础上,提出目前正在修订的2000《混凝土结构设计规范》(征求意见稿)中采用该方法的条文规定尚存在着不足之处,并提出了解决该问题的建议。同时本文作者提出了双向受剪承载力的三折线简化计算方法,对简化计算方法的误差进行了分析。最后给出了两种计算方法的设计与校核示例。

关键词:钢筋混凝土; 框架柱; 双向受剪承载力; 计算方法
中图分类号: TU375 **文献标识码:** A

在工程结构中,钢筋混凝土矩形截面框架柱往往会受到来自斜向水平荷载的作用,从而在截面中形成双向剪切的受力状态。国外曾在60~70年代对此问题进行了专门的试验研究工作,得出一些研究成果。但鉴于当时研究成果的数量相对有限,因此在原国家标准《钢筋混凝土结构设计规范》(TJ10-74)中,未对双向受剪柱的设计方法做出专门规定。

80年代初期,针对《钢筋混凝土结构设计规范》(TJ10-74)的修订工作,我国成立了抗剪专题组双向偏压抗剪分组,专门进行了矩形截面柱双向受剪承载力的试验研究工作。在对试验结果分析整理的基础上,同时参考国外的研究成果,专题组提出了两种计算方法,即折算截面法和超强系数法,并推荐后一种方法作为新一轮设计规范(GBJ10-89)相应的设计建议。然而由于种种原因,最后在GBJ10-89规范定稿的时候,没有采纳上述建议。使得现行规范(GBJ10-89)中仍没有关于框架柱双向受剪承载力的计算条文规定。在本次对GBJ10-89规范进行全面修订的过程中,为满足工程设计的需要,填补规范中的空缺,修订组重新提出了框架柱双向受剪的计算问题,希望在2001年即将发行的2000《混凝土结构设计规范》中成为新增加的条文。

本文作者在认真学习文献[1]、[2]之后,认为超强系数法不失为一种解决柱双向受剪承载力计算问题的较好方法,但目前2000规范(征求意见稿)中,给出的相应条文规定尚存在着不足之处,需要进行改进。本文就改进办法提出了作者的建议,同时就双向受剪承载力的计算提出一种简化的方法。

1 2000《混凝土结构设计规范》(征求意见稿)相应条文规定中存在的问题及解决的办法

1.1 超强系数法的概念

根据国内外的试验研究结果表明,在矩形截面柱双向抗剪承载能力中,一个主轴方向的抗剪能力将随着另一主轴中作用剪力的增大而降低,且两个方向抗剪能力的相关关系服从椭圆方程,即:

• 收稿日期: 2000-07-31

作者简介: 傅剑平(1953-),男,辽宁人,副教授,主要从事钢筋混凝土结构研究。

$$\left(\frac{V_x}{V_{ux}}\right)^2 + \left(\frac{V_y}{V_{uy}}\right)^2 = 1 \tag{1}$$

式中： V_x ——斜向剪力 V 在 X 轴上的分量， $V_x = V \cos \alpha$ (α 为剪力 V 与 X 轴之间的夹角)；

V_y ——斜向剪力 V 在 Y 轴上的分量， $V_y = V \sin \alpha$ ；

V_{ux}, V_{uy} ——在已知配筋条件下分别沿水平轴方向和沿竖直轴方向单独作用剪力时截面的抗剪承载力。

如图 1 所示，有一矩形截面受到 V_x, V_y 的作用。如果分别按照 V_x 与 V_y 单独作用进行配筋计算，则设计完成后的截面所具有的双向抗剪承载能力的椭圆相关关系如图 1 中的虚线所示。如果 V_x 与 V_y 这组剪力同时作用，则坐标点在相关曲线以外，表明满足不了抗剪承载力的要求。为了保证截面能够同时承受 V_x 与 V_y 的作用，可采用分别将作用剪力 V_x, V_y 乘以大于 1.0 的超强系数 ξ_x 和 ξ_y ，以使得设计后的截面能够承受得起这组剪力的作用。如果经过超强设计后的截面恰好能够承受这组作用剪力，那么该截面所具有的相关曲线一定会通过 (V_x, V_y) 点，如图中的中实线所示，所以有：

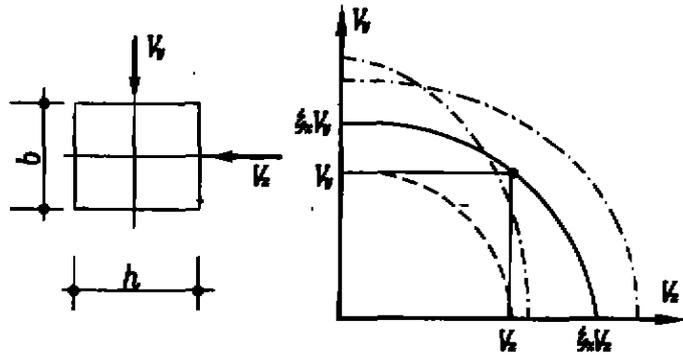


图 1 柱双向抗剪的椭圆相关关系

$$\xi_x V_x = V_{ux} \tag{2}$$

$$\xi_y V_y = V_{uy} \tag{3}$$

将(2)、(3)式代入相关方程(1)可得：

$$\frac{1}{\xi_x^2} + \frac{1}{\xi_y^2} = 1 \tag{4}$$

方程(4)表明设计时只要所选择的两个超强系数 ξ_x, ξ_y 满足这一关系，则设计后的截面所形成的相关曲线一定通过 (V_x, V_y) 点。反之如果选择的 ξ_x, ξ_y 不满足(4)式时，形成的相关曲线就不通过 (V_x, V_y) 点，比如可能形成如图 1 中所示的点划线椭圆。然而能够满足(4)式的 ξ_x, ξ_y 有无穷多组，从设计的角度讲，就可以形成无穷多个通过 (V_x, V_y) 点的椭圆，如图 2 所示。从设计的角度来说，就存在一个如何选取 ξ_x, ξ_y 使设计更为经济的问题(很明显对于给定的一组剪力 V_x, V_y ，如果取超强系数 ξ_x 接近于 1.0，根据(4)式的条件， ξ_y 将是一个趋于无穷大的数值)。下面就从用钢量最少的角度选择 ξ_x, ξ_y 。将

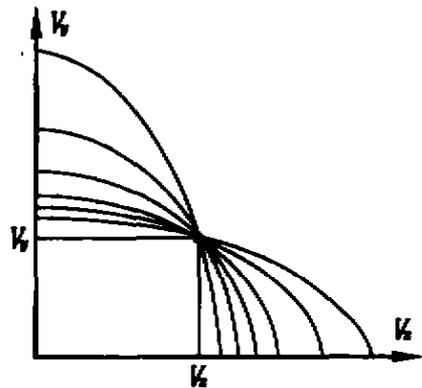


图 2 超强系数满足方程(4)可能形成的椭圆相关曲线

(4)式改写作 $\xi_y = \frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 - 1}}$ 并代入(3)式可得：

$$\frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 - 1}} V_y = V_{uy} \tag{5}$$

将 V_{ux} 与 V_{uy} 按 2000《混凝土结构设计规范》(征求意见稿)的形式给出，有：

$$\xi_x V_x = \frac{1.75}{\lambda_x + 1} f_t b h_0 + 0.07 N + f_{yv} \frac{A_{svx}}{S} h_0 \tag{6}$$

$$\frac{\xi_x}{\sqrt{\xi_x^2 - 1}} V_y = \frac{1.75}{\lambda_y + 1} f_t h b_0 + 0.07 N + f_{yv} \frac{A_{svy}}{S} b_0 \tag{7}$$

进行截面设计时,截面尺寸、材料强度已经确定,只有 $\frac{A_{sx}}{S}$ 、 $\frac{A_{sy}}{S}$ 是未知量,将(6)、(7)式相加,并取 $A_w = (A_{sx}h_0 + A_{sy}b_0)/S$,显然当 A_w 越大则配筋率越高。同时取 $V_{cx,N} = \frac{1.75}{\lambda_x + 1} f_t b h_0 + 0.07N$, $V_{cy,N} = \frac{1.75}{\lambda_y + 1} f_t h b_0 + 0.07N$,经整理后得:

$$A_w = \frac{1}{f_y} [\xi_x V_x + \frac{\xi_y V_y}{\sqrt{\xi_x^2 - 1}} - V_{cx,N} - V_{cy,N}] \quad (8)$$

现在的问题是 ξ_x 取何值时可使配箍量 A_w 为最小。为此取 $\frac{dA_w}{d\xi_x} = 0$,解得:

$$\xi_x = \sqrt{1 + (\frac{V_y}{V_x})^2} \quad (9)$$

$$\xi_y = \sqrt{1 + (\frac{V_x}{V_y})^2} \quad (10)$$

得到与2000《混凝土结构设计规范》(征求意见稿)第7.5.16节相同的形式。

由于 ξ_x 、 ξ_y 仅与作用剪力 V_x 、 V_y 有关,所以对截面设计来说是非常方便的。但是应该注意的是,对于截面复核,就不能使用(9)、(10)式代入(2)、(3)式进行。因为(9)、(10)式代入(2)、(3)式是从已知 V_x 、 V_y 作用并满足椭圆相关关系的基础上,再考虑用钢量最小的条件确定出来的唯一的一个椭圆方程。进行截面校核时,当截面尺寸、材料强度和配筋量一量确定,椭圆的相关方程也已确定,除非在特例条件下,这两个椭圆方程形成同心椭圆以外,一般情况下只要不是同心椭圆,设计与校核分别计算出的超强系数就不一致,利用这些公式进行校核,就会出错(后面将用示例说明)。进行截面校核时有两种情况:1)已知作用剪力 V 的方向 α 求能够承受的剪力分量 V_x 、 V_y ;2)已知某一作用分量 V_x 或 V_y 求另一分量。因此,可以根据已知条件直接利用椭圆相关方程(1)来进行校核。从几何意义上来讲,校核便是根据已知条件在椭圆相关曲线上找交点。因此本文建议增加一校核条件。为使校核与设计时公式的形式上保持一致,将方程(1)分别改写成:

$$\sqrt{1 + (\frac{V_{wy}}{V_x})^2} (\frac{V_x}{V_x})^2 V_x \leq V_{wx} \quad (11)$$

$$\sqrt{1 + (\frac{V_{wy}}{V_y})^2} (\frac{V_y}{V_y})^2 V_y \leq V_{wy} \quad (12)$$

$$\text{令:} \quad \xi_x = \sqrt{1 + (\frac{V_{wy}}{V_x})^2} (\frac{V_x}{V_x})^2 \quad (13)$$

$$\xi_y = \sqrt{1 + (\frac{V_{wy}}{V_y})^2} (\frac{V_y}{V_y})^2 \quad (14)$$

该(13)、(14)式即为用于截面校核的超强系数。至此,就可以利用超强系数法进行柱的双向受剪承载力计算了,其计算公式为

$$\xi_x V_x \leq V_{wx} = \frac{1.75}{\lambda_x + 1} f_t b h_0 + \frac{f_y}{S} A_{sx} h_0 + 0.07N \quad (15)$$

$$\xi_y V_y \leq V_{wy} = \frac{1.75}{\lambda_y + 1} f_t h b_0 + \frac{f_y}{S} A_{sy} b_0 + 0.07N \quad (16)$$

其中的超强系数在设计时采用(9)、(10)式,在校核时采用(13)、(14)式。

2 利用三折线作为近似相关关系的简化计算方法

从上述建立的双向剪切计算公式中可以看到,超强系数 ξ_x 、 ξ_y 的计算仍然比较复杂,为使计算

更为简便,可在保证工程精度要求的基础上作一定的简化处理。如图3所示,如果以 V_x/V_{ux} 为横坐标, V_y/V_{uy} 为纵坐标,则双向剪切相关方程(1)为一单位圆。为使近似计算方法偏于安全,采用三折线内接四分之一圆,如图3所示。此时近似相关方程就由三折线构成,即:

$$\frac{V_y}{V_{uy}} = 0.924, \quad \text{当 } \frac{V_x}{V_{ux}} \leq 0.383 \text{ 时} \quad (17)$$

$$\frac{V_y}{V_{uy}} = 1.31 - \frac{V_x}{V_{ux}}, \quad \text{当 } 0.383 < \frac{V_x}{V_{ux}} \leq 0.924 \text{ 时} \quad (18)$$

$$\frac{V_x}{V_{ux}} = 0.924, \quad \text{当 } \frac{V_x}{V_{ux}} > 0.924 \text{ 时} \quad (19)$$

仿造现行规范 GBJ10-89 剪扭相关关系的处理手法(但应注意剪扭相关为混凝土项部分相关,而双向受剪根据试验研究是完全相关),选取一个承载力相关降低系数 β ,则抗剪公式可以写作:

$$V_x \leq \beta V_{ux} = \beta \left(\frac{1.75}{\lambda_x + 1} f_t b h_0 + \frac{f_{yx}}{S} A_{sx} h_0 + 0.07N \right) \quad (20)$$

$$V_y \leq (1.31 - \beta) V_{uy} = (1.31 - \beta) \left(\frac{1.75}{\lambda_y + 1} f_t h b_0 + \frac{f_{yy}}{S} A_{sy} h_0 + 0.07N \right) \quad (21)$$

进行截面校核时,由于 V_{ux} 与 V_{uy} 可以首先根据截面已知条件计算得到,因此可根据已给条件直接利用相关方程(17)、(18)或(19)进行校核,甚为方便,此时仅需注意各相关方程的适用范围。为了在校核与设计时公式具有统一的形式,根据相关方程可得校核时用的承载力相关降低系数 β 为:

$$\beta = \frac{1.31}{1 + \frac{V_x/V_{ux}}{V_y/V_{uy}}} \quad (22)$$

此时, $\beta < 0.383$ 时取 $\beta = 0.383$; $\beta > 0.924$ 时取 $\beta = 0.924$ 。

在进行截面设计时,由图3可知,只要满足: $0.383 \leq \beta \leq 0.924$,则按公式(20)、(21)设计出的截面所形成的相关曲线一定通过 (V_x, V_y) 点,因此同样需要利用用钢量最省的条件确定 β 值。依照前述的处理手法将(20)、(21)式相加并整理得:

$$A_w = \frac{1}{f_y} \left[\frac{V_x}{\beta} + \frac{V_y}{(1.31 - \beta)} - V_{cx,N} - V_{cy,N} \right] \quad (23)$$

令 $\frac{dA_w}{d\beta} = 0$,可解得设计时 β 的取值,即:

$$\beta = \frac{1.31}{1 + \sqrt{\frac{V_y}{V_x}}} \quad (24)$$

同时要求 $\beta < 0.383$ 时取 $\beta = 0.383$; $\beta > 0.924$ 时取 $\beta = 0.924$ 。

按三折线近似相关关系设计或校核时可按(20)、(21)式进行。只是设计时 β 按(24)式计算,校核时按(22)式计算。

3 两种计算方法的对比

由上一节可知,从公式的形式上看,无论是设计还是校核, β 值的计算比 ξ_x 与 ξ_y 值的计算相对简单。由于三折线是近似相关曲线,下面就近似计算方法的误差进行分析。从图4中显而易见,当相对坐标 V_y/V_{uy} 与 V_x/V_{ux} 的比值分别为 $0.383/0.924=0.414$ 和 $0.924/0.383=2.414$ 时(请注意,不是指作用力分量 V_y 与 V_x 的比值),三折线与四分之一圆相交,这时,用两种方法计算的结果

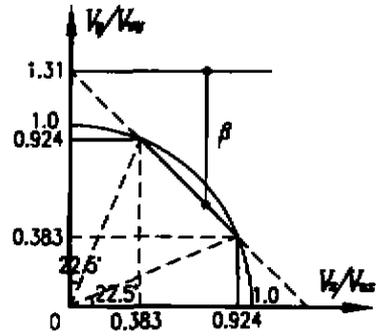


图3 近似相关三折线与四分之一圆相关图

无差别;在 V_y/V_{uy} 与 V_x/V_{ux} 的比值等于 1.0 时,误差最大。其相对误差值可以依据图中所示的几何关系很容易求得,即:
 $e_{max}=7.35\%$,这一误差量在工程设计中是可以接受的。

4 示例

上一节对矩形柱双向受剪承载力计算及校核的两套计算方法进行了比较,现分别用两套方法进行一个截面的校核与一个截面的设计。

4.1 截面校核示例

如图 5 所示一截面,已知:箍筋 $f_{yv}=210 \text{ N/mm}^2$;混凝土 $f_c=14.3 \text{ N/mm}^2, f_t=1.43 \text{ N/mm}^2$;轴力 $N=1000 \text{ kN}, \lambda_x=\lambda_y=2.5$ 。

4.1.1 校核当作用力 V 与 X 轴夹角 α 为 30° 时, V_x, V_y 值的大小。

首先用椭圆相关关系公式校核。由已知条件可以分别求出单向作用在主轴上的抗剪承载力值, $V_{ux}=574.54 \text{ kN}, V_{uy}=498.67 \text{ kN}$ 。又根据: $V_y/V_x=\text{tg}30^\circ=0.577$,将这些条件代入校核用的 ξ_x, ξ_y , 计算公式(13)、(14)式,得到: $\xi_x=1.20, \xi_y=1.806$,再将 ξ_x, ξ_y 代入(2)、(3)式得: $V_x=478.78 \text{ kN}, V_y=276.19 \text{ kN}$,满足 $V_y/V_x=276.19/478.78=0.577$ 。

如果将条件代入设计用的 ξ_x, ξ_y 的计算式(9)、(10),将会出错。例如将 $V_y/V_x=0.577$ 代入(10)、(11)式得: $\xi_x=1.301, \xi_y=1.563$,再代入(2)、(3)式,则 $V_x=441.6 \text{ kN}, V_y=319.0 \text{ kN}$,尽管这一组剪力也满足椭圆方程($441.6^2/574.54^2+319.0^2/498.67^2=1.0$),但它们不满足已知条件 $\alpha=30^\circ$,因为 $V_y/V_x=319.0/441.6=0.722 \neq 0.577$,很显然这不是我们需要验算的力。

下面用三折线相关关系公式对该截面进行校核。将 $V_{ux}=574.54 \text{ kN}, V_{uy}=498.67 \text{ kN}, V_y/V_x=0.577$ 代入校核用的 β 值公式(22)可得: $\beta=0.787$ 。再将 β 代入(20)、(21)公式可得: $V_x=0.787 \times 574.54=452.0 \text{ kN}, V_y=(1.31-0.787) \times 498.67=260.8 \text{ kN}$,满足 $V_y/V_x=260.8/452.0=0.577$ 。

可以看出三折线是偏于安全的。

4.1.2 三个特殊值的校核

根据第 4 节的分析,当 V_y/V_{uy} 与 V_x/V_{ux} 之比分别为 0.414 与 2.414 时,用两种方法校核的结果应相等,当该比值为 1.0 时的最大相对误差是 7.35%,下面分别用两套计算公式进行校核。

1) V_y/V_{uy} 与 V_x/V_{ux} 之比为 0.414

先用椭圆相关关系公式校核。根据条件此时 $V_y/V_x=0.359$,代入校核公式(13)、(14)得: $\xi_x=1.082, \xi_y=2.616$,再代入(2)、(3)式得: $V_x=531.0 \text{ kN}, V_y=190.62 \text{ kN}$,满足 $V_y/V_x=0.359$ 。

再用三折线相关关系公式校核。将 $V_y/V_x=0.359, V_{ux}=574.54 \text{ kN}, V_{uy}=498.67 \text{ kN}$ 代入(22)式得: $\beta=0.927$,代入(20)、(21)式可得: $V_x=532.4 \text{ kN}, V_y=191.0 \text{ kN}$,结果与第 4 节分析相符。

2) V_y/V_{uy} 与 V_x/V_{ux} 之比为 2.124

用椭圆相关关系公式校核。根据条件: $V_y/V_x=2.095$,代入公式(13)、(14)得 $\xi_x=2.613, \xi_y=1.082$,再代入(2)、(3)式得: $V_x=219.2 \text{ kN}, V_y=460.98 \text{ kN}$,满足 $V_y/V_x=2.10$ 。

用三折线相关关系公式校核。将 $V_y/V_x=2.095, V_{ux}=574.54 \text{ kN}, V_{uy}=498.67 \text{ kN}$ 代入(22)式得 $\beta=0.383$,代入(20)、(21)式可得: $V_x=220.5 \text{ kN}, V_y=462.3 \text{ kN}$,结果与第 4 节分析相符。

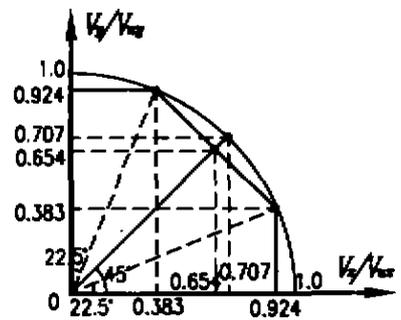


图 4 两种计算方法的误差比较

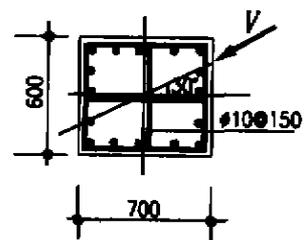


图 5 校核截面

3) V_y/V_{vy} 与 V_x/V_{vx} 之比为 1.0

先用椭圆相关关系公式校核。根据条件得: $V_y/V_x=0.868$ (总剪力 V 与 X 轴夹角为 41°)。代入 (13)、(14) 式得: $\xi_x=1.414, \xi_y=1.414$, 再代入 (2)、(3) 式得: $V_x=406.3 \text{ kN}, V_y=352.67 \text{ kN}$, 满足 $V_y/V_x=0.868$, 总剪力 $V_1=538.0 \text{ kN}$ 。

再用三折线相关关系公式校核。将条件代入 (22) 式得 $\beta=0.655$, 再代入 (20)、(21) 式得: $V_x=376.3 \text{ kN}, V_y=326.63 \text{ kN}$, 满足 $V_y/V_x=0.868$ 。合力 $V_2=498.29 \text{ kN}$ 。两种方法计算的相对误差 $(V_1-V_2)/V_1=7.38\%$ 。其结果与第 4 节分析相符。

4.2 截面设计示例

如图 6 所示一截面, 已知: 作用剪力 $V_x=390 \text{ kN}, V_y=290 \text{ kN}$; 箍筋 $f_{yv}=210 \text{ N/mm}^2$; 混凝土 $f_c=14.3 \text{ N/mm}^2, f_t=1.43 \text{ N/mm}^2$; 轴力 $N=1100 \text{ kN}; \lambda_x=\lambda_y=2.0$, 试设计该截面。

首先用椭圆相关关系公式计算。由 $V_y/V_x=0.744$, 代入设计用的 ξ_x, ξ_y 的计算公式 (9)、(10) 得: $\xi_x=1.349, \xi_y=1.489$, 再代入 (2)、(3) 式进行计算得到 $A_{sx}/S=1.799, A_{sy}/S=1.250$ 。如果取 $@=150 \text{ mm}$, 则 $A_{sx}=269.5 \text{ mm}^2, A_{sy}=188 \text{ mm}^2$ 。

再用三折线相关关系公式计算。由 $V_y/V_x=0.744$, 代入设计用的 β 计算式 (24) 式得: $\beta=0.703$, 再将 β 值代入 (20)、(21) 式计算求得: $A_{sx}/S=2.04, A_{sy}/S=1.721$, 同样取 $@=150 \text{ mm}$, 则 $A_{sx}=306 \text{ mm}^2, A_{sy}=258.1 \text{ mm}^2$ 。

由此可见, 当条件相同时, 三折线方法比椭圆方法要偏于安全。

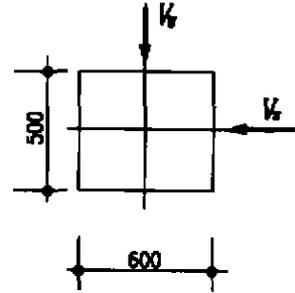


图 6 设计截面

5 结论

1) 对矩形截面柱双向受剪承载力的计算可采用满足椭圆相关关系的超强系数法进行。设计时可根据用钢量最省的原则得到仅与作用剪力 V_x, V_y 有关的超强系数 ξ_x, ξ_y 。校核时可直接采用椭圆方程校核。为考虑设计与校核公式形式上的一致性, 可根据椭圆相关方程导出适合于校核的超强系数 ξ_x 与 ξ_y 。

2) 在 $V_x/V_{vx}, V_y/V_{vy}$ 坐标中, 双向抗剪相关方程为一单位圆, 考虑偏于安全, 利用内接三折线代替四分之一圆, 可使计算得以简化。同样, 在设计时利用用钢量最省的原则可得到用于设计时的承载力相关降低系数 β 。截面校核时, 可直接用三折线相关方程校核, 也可根据三条相关直线方程导出用于校核的 β 进行校核。

3) 采用三折线近似方法造成的最大相对误差为 7.35%。

参考文献:

- [1] 陈裕周, 喻永言, 等. 斜向水平荷载作用下钢筋混凝土柱抗剪强度的试验研究[M]. 上海: 同济大学工程结构研究所, 1986
- [2] 白生翔. 双向受剪的钢筋混凝土柱斜截面抗剪强度设计计算方法的探讨[C]. 北京: 中国建筑科学研究院科研资料, 1986
- [3] 国家标准. 2000《混凝土结构设计规范》(征求意见稿)[S], 2000

nation, the results indicate that the denotative outputs are dominate, the contribution proportion of progress of science and technology is 16.4% and there is obvious existence of economies of scale.

Key words: government owned construction enterprise; production function; determination of technological advances; analysis of output growth

(上接第 22 页)

Analytical Method on Bi-directional Shearing Capacity of RC Framed Columns

FU Jian-ping, ZHANG Chuan, ZHONG Shu-sheng

(Faculty of Civil Engineering, Chongqing Jianzhu University, 400045, China)

Abstract: The current analytical method on bi-directional shearing capacity of RC framed columns, the so called "over-strength factor method", in the drafting "Design Code of RC structures", is carefully investigated. Limits of this method are presented and suggestions are put forward to modify it. On this basis, the simplified tri-linear analytical method to determine bi-directional shearing capacity is presented afterwards and the error of this method is given. Finally, the cases of design and check of the two methods are illustrated.

Key words: reinforced concrete; framed column; bi-directional shearing

(上接第 38 页)

Study on Solar Heat Control for Buildings in South Area

TANG Ming-fang¹, TAO Yi-jiu²

(1. Chongqing Jianzhu University, 400045, China; 2. Chongqing Architectural College, 400041, China)

Abstract: With the view of building and environment sustainable development, the traditional measures of solar heat control for buildings in the south area were analyzed and their effect on the urban environment was discussed. This paper shows the importance of urban planning and environment planning on solar heat control for buildings.

Keywords: solar heat control for buildings; environment planning; urban planning