

13

文章编号:1006-7329(2000)06-0050-01

50-53

# 滚动轴承滚动体板单元模拟的边界元法

束学道, 中光宪, 张连东, 李明

(燕山大学 轧机研究所, 秦皇岛 066004)

76333.15

**摘要:**在三维弹性接触边界元法基础上,采用不同形状板单元描述中间滚动体,并置于内环上,从而将多物体接触问题简化成两物体接触问题。对于板单元的弹性变形,用 Hertz 接触公式,将其变形以等效间隙代入总体矩阵方程中,从而获得轧机滚动轴承负荷特性的三维分布。本方法具有计算模型直观、简单和较高的计算精度,因而成为设计和分析轧机滚动轴承负荷特性的有效数值方法。

**关键词:**轧机滚动轴承; 负荷特性; 板单元; 边界元法  
**中图分类号:** O343.3 **文献标识码:** A

轧机滚动轴承是轧机的重要零部件之一,一般采用四列滚子轴承。轧机滚动轴承使用寿命的长短,直接影响到工厂开工率和工厂备件的成本费用。轧机滚动轴承的实际寿命取决于轧机滚动轴承在运行中的负荷特性。关于轧机滚动轴承负荷特性的计算方法,至今大多建立在一些完全理想<sup>[1,2]</sup>的基础上。这种理想情况在实际应用中,由于轧机滚动轴承几何形状及外载荷情况复杂而几乎不可能存在,因而无法用理想情况加以描述和计算。目前,已有许多学者采用数值方法求解轧机滚动轴承负荷特性<sup>[3]</sup>,但他们的计算只能计算轴承负荷的径向分布而不能计算轴承负荷的三维沿径向和轴向分布。

轧机滚动轴承是由内环、滚动体和外环所组成,属多物体接触问题,因而直接分析其负荷特性较复杂而困难。本文在三维弹性接触边界元法一面力子单元法<sup>[4]</sup>的基础上,采用不同形状板单元描述相应形状滚动体,并置于内环上,从而将多物体接触问题简化成两物体接触问题。对于板单元的弹性变形,运用 Hertz 接触公式计算,即用当步的接触压力计算板单元的变形,将其作为等效间隙引入总体矩阵方程的下一步迭代计算中,从而获得轧机滚动轴承负荷特性的三维分布。本方法具有计算模型直观、简单和较高的计算精度,因而成为设计和分析轧机滚动轴承负荷特性的有效数值方法。

## 1 轧机滚动轴承板单元边界元法

### 1.1 板单元

轧机滚动轴承是由内外环和许多中间滚子所组成,任取一滚子*i*,其接触点对为 $Q_0^{A(i)}$ 、 $Q_0^{B(i)}$ ,接触状态为(见图1)。

$$\left. \begin{aligned} t_{\xi\xi}^A = t_{\xi\xi}^B = 0, \quad t_{\xi\eta}^A = t_{\xi\eta}^B = 0 \\ t_{\xi\xi}^A - t_{\xi\xi}^B = 0, \quad t_{\xi\eta}^A < 0 \\ u_{\xi\xi}^A + u_{\xi\xi}^B = u_p^0 \end{aligned} \right\} Q_0^k \in \Gamma_{CC}, k = A, B \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} t_{\xi\xi}^A = t_{\xi\xi}^B = 0, \quad j = 1, 2, 3 \\ u_{\xi\xi}^A + u_{\xi\xi}^B < u_p^0 (u_{\xi\xi}^0, u_{\xi\xi}^0, u_{\xi\xi}^0) \end{aligned} \right\} Q_0^k \in \Gamma_{CF}, k = A, B \quad (2)$$

• 收稿日期:2000-05-01

作者简介:束学道(1968-),男,安徽人,主要从事接触问题边界元法研究,轧机滚动轴承延寿机理研究。

$$\Gamma_C = \Gamma_{CC} + \Gamma_{CF} \quad (3)$$

式中:  $u_{\xi_3}^0$ ——两接触物体的初始法向间隙

$u_{\xi_3}^R, u_{\xi_3}^{R'}$ ——滚动体的径向位移

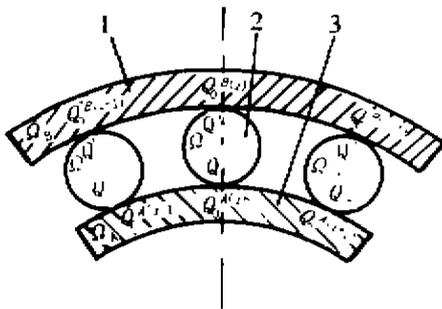


图1 滚子与内外环接触状态  
1-外环;2-滚子;3-内环

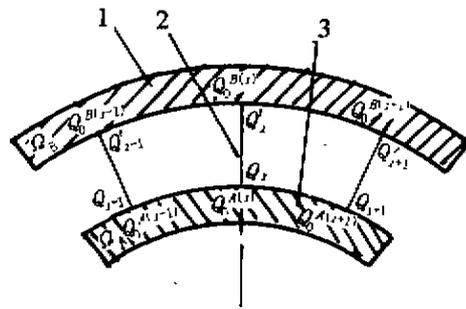


图2 板单元描述的接触状态  
1-外环;2-板单元;3-内环

由式(1)~(3)和图1可以看出,滚子在轧机滚动轴承中对接触状态的影响只关系到径向位移  $u_{\xi_3}^R$  和  $u_{\xi_3}^{R'}$ ,而其余方向位移对接触状态均无影响,当中间滚子用板单元描述时,且规定板单元只有径向位移,其余方向均无变形,并将板单元径向位移  $u_{\xi_3}^R$  和  $u_{\xi_3}^{R'}$  以间隙形式代入总体矩阵方程迭代求解,则不会影响计算精度。用板单元描述的接触状态示于图2,其接触点对为  $Q_j^A, Q_0^{B(i)}$ 。板单元的径向位移  $u_{\xi_3}^R$  和  $u_{\xi_3}^{R'}$  按 Hertz 公式进行求解,对于圆柱和圆锥滚子轴承,其本构方程为:

$$\begin{pmatrix} u_{\xi_3}^R \\ u_{\xi_3}^{R'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.580[\ln(4R_1R_2/b_1^2) + 0.814]/EI & 0 \\ 0 & 1.82(1 - \ln b_2)/EI \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{\xi_3}^{A(i)} \\ t_{\xi_3}^{B(i)} \end{pmatrix} \quad (4)$$

对于球轴承,其本构方程为:

$$\begin{pmatrix} u_{\xi_3}^R \\ u_{\xi_3}^{R'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.977 \sqrt{\frac{R_1 + 2R_2}{R_1R_2}} \times \frac{1}{E^2} & 0 \\ 0 & 0.977 \sqrt{\frac{2R_3 - R_1}{R_1R_3}} \times \frac{1}{E^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (t_{\xi_3}^{A(i)})^{2/3} \\ (t_{\xi_3}^{B(i)})^{2/3} \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中:  $b_1 = 1.522 \sqrt{\frac{t_{\xi_3}^{A(i)} R_1 R_2}{EI(R_2 + R_1)}}$ ,  $b_2 = 1.522 \sqrt{\frac{t_{\xi_3}^{B(i)} R_1 R_3}{EI(R_3 - R_1)}}$ ,  $R_1$ ——短圆柱滚子或球半径,mm;  
 $R_2$ ——轴承内环半径,mm; $R_3$ ——轴承外环半径,mm; $l$ ——短圆柱滚子长度,mm; $E$ —弹性模量,GPa。

所以,当用板单元描述滚动体时,其总间隙为:

$$u_j^0(u_{\xi_3}^R, u_{\xi_3}^R, u_{\xi_3}^{R'}) = u_{\xi_3}^0 - u_{\xi_3}^R - u_{\xi_3}^{R'} \quad (6)$$

式中  $u_{\xi_3}^0$ ,对于轧机四列圆柱滚动轴承,  $u_{\xi_3}^0 = u_R(1 - \cos\alpha)$ ;对于止推轴承,  $u_{\xi_3}^0 = u_R, u_R$  为滚动轴承的游隙。

### 1.2 轧机滚动轴承板单元边界元法

对于轧机滚动轴承,采用板单元后,任选一接触点对  $(Q_0^A, Q_0^B)$ ,不计体力的边界积分方程式有

$$C_{ij}(P_0^A)u_j(P_0^A) + \int_{\Gamma^A - \Gamma_C^A} T_{ij}^*(P_0^A, Q_0^A)u_j(Q_0^A)d\Gamma + \int_{\Gamma_C^A} T_{ij}^*(P_0^A, Q_0^A)u_{\xi k}(Q_0^A)a_{jk}(Q_0^A)d\Gamma - \int_{\Gamma^A - \Gamma_C^A} U_{ij}^*(P_0^A, Q_0^A)t_j(Q_0^A)d\Gamma - \int_{\Gamma_C^A} U_{ij}^*(P_0^A, Q_0^A)t_{\xi_3}(Q_0^A)a_{j3}(Q_0^A)d\Gamma = 0 \quad (7)$$

$$u_j(P_0^A) = u_{\xi k}(P_0^A)a_{jk}(P_0^A), P_0^A \in \Gamma_C^A \quad (8)$$

$$C_{ij}(P_0^B)u_j(P_0^B) + \int_{\Gamma^B - \Gamma_C^B} T_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B)u_j(Q_0^B)d\Gamma + \int_{\Gamma_C^B} T_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B)u_{\xi k}(Q_0^B)a_{jk}(Q_0^B)d\Gamma + \int_{\Gamma_{CC}^B} T_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B)u_{\xi_1}(Q_0^B)a_{j1}(Q_0^B)d\Gamma + \int_{\Gamma_{CF}^B} T_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B)u_{\xi_2}(Q_0^B)a_{j2}(Q_0^B)d\Gamma$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{\Gamma_C^B} T_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B) [u_{ij}^B - u_{ij}^A(Q_0^A)] a_{ij}(Q_0^B) d\Gamma - \int_{\Gamma_C^B} U_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B) t_{ij}(Q_0^B) d\Gamma \\
 & - \int_{\Gamma_C^B} U_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B) t_{ij}(Q_0^A) a_{ij}(Q_0^B) d\Gamma = 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\left. \begin{aligned}
 u_j(P_0^B) &= u_{jk}(P_0^B) a_{jk}(P_0^B) \\
 u_{t_3}(P_0^B) &= u_{t_3}^C - u_{t_3}(Q_0^A)
 \end{aligned} \right\} P_0^B \in \Gamma_C^B \tag{10}$$

式中,  $a_{jk}$  为局部坐标  $\xi_j$  相对总体坐标  $x_k$  的方向余弦,  $U_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B)$  和  $T_{ij}^*(P_0^B, Q_0^B)$  为 Kelvin 解及其核函数。对于板单元处的面力积分, 采用面力子单元法进行, 根据子单元面力分布形式有

$$t_i = \sum_{j=1}^4 \Phi(\xi_1, \xi_2) t_j^i \tag{11}$$

对子单元分别计算并加以叠加可得到整个单元的面力影响系数。将轧机滚动轴承内外环 A, B 边界进行离散, 并将板单元固接于内环上, 建立矩阵方程:

$$H_k u_k = G_k t_k, \quad k = A, B \tag{12}$$

式中:  $H_k, G_k$  —— 物体  $k$  的位移及面力影响系数矩阵

$u_k, t_k$  —— 物体  $k$  的位移及面力列阵

将物体 A, B 的矩阵方程按接触边界条件耦连起来, 得出两物体耦联的矩阵方程为:

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{cccccccccccc}
 H^{A-C} & -G^{A-C} & 0 & 0 & \bar{H}^{ACF} & \bar{H}_{\xi_1}^{ACC} & \bar{H}_{\xi_2}^{ACC} & 0 & 0 & 0 & \bar{H}_{\xi_3}^{ACC} & -\bar{G}_{\xi_3}^{ACC} \\
 0 & 0 & H^{B-C} & -G^{B-C} & 0 & 0 & 0 & \bar{H}^{BCF} & \bar{H}_{\xi_1}^{BCC} & \bar{H}_{\xi_2}^{BCC} & \bar{H}_{\xi_3}^{BCC} & -\bar{G}_{\xi_3}^{BCC}
 \end{array} \right\} \\
 & \times [u^{A-C} \quad \bar{t}^{A-C} \quad u^{B-C} \quad \bar{t}^{B-C} \quad u^{ACF} \quad u_{\xi_1}^{ACC} \quad u_{\xi_2}^{ACC} \quad u^{BCF} \quad u_{\xi_1}^{BCC} \quad u_{\xi_2}^{BCC} \quad u_{\xi_3}^{ACC} \quad \bar{t}_{\xi_3}^{ACC}]^T \\
 & = \left\{ \begin{array}{cccc}
 -\bar{H}^{A-C} & \bar{G}^{A-C} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\bar{H}^{B-C} & \bar{G}^{B-C}
 \end{array} \right\} [\bar{u}^{A-C} \quad \bar{t}^{A-C} \quad \bar{u}^{B-C} \quad \bar{t}^{B-C} \quad u_p^0]^T \tag{13}
 \end{aligned}$$

式中:  $\bar{u}, \bar{t}$  —— 已知位移、面力

$\bar{H}, \bar{G}$  —— 已知的位移、面力影响系数矩阵

$\bar{H}, \bar{G}$  —— 局部坐标下的位移、面力影响系数矩阵

$H, G$  —— 总体坐标下的位移、面力影响系数矩阵

对此矩阵方程进行迭代求解, 即可求出预定接触区未接触部分 ACF、BCF 及接触部分 ACC、BCC 的位移和面力和非接触区 A-C、B-C 的位移。从而求得轧机滚动轴承的负荷特性。由于本方法采用板单元而考虑中间滚动体弹性变形的影响, 故具有较高的计算精度。

## 2 算 例

2350 铝箔中轧机工作辊滚动轴承负荷特性计算模型如图 3 所示, 轴承座与轧辊辊颈的边界单元划分见图 4、图 5。其中轴承座划分 896 个节点, 896 个单元; 轧辊划分 702 个节点, 700 个单元, 两物体各设 364 设定接触点对。计算参数如表 1 所示。

采用板单元边界元法模拟计算轧机滚动轴承的负荷特性示于图 6、图 7。由以上计算可以看出, 该轧机工作辊四列短圆柱滚子轴承四列受力严重偏载, 靠近辊身侧受力最大, 其偏载系数达 3.5。止推轴承圆周方向受力也偏载, 且只有 60% 的滚子接触受力。

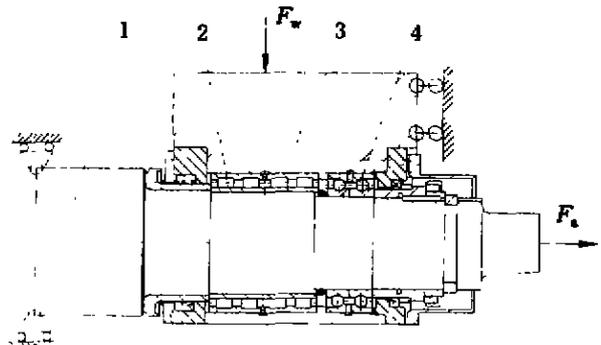


图 3 2350 铝箔中轧机工作辊轴承负荷特性计算模型  
1-轧辊; 2-四列短圆柱滚子轴承; 3-轴承座; 4-双列角接触球轴承

表1 2350铝箔轧机滚动轴承负荷特性计算参数

辊颈直径 $d$ (mm)	辊身长度 $L$ (mm)	轴承游隙 $u_R$ (mm)	弹性模量 $E$ (GPa)	弯辊力 $F_w$ (kN)	轴向力 $F_a$ (kN)
165	2 350	0.035	210	50	10

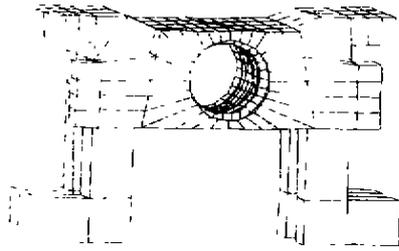


图4 轴承座边界单元网格图

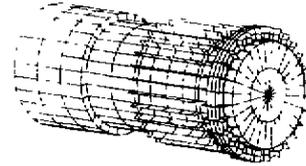


图5 轧辊边界单元网格图

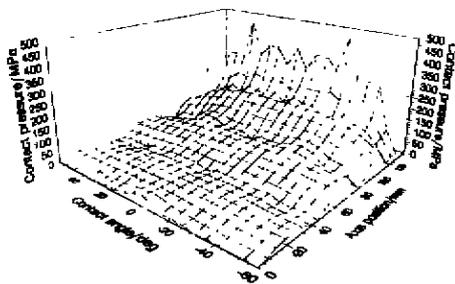


图6 四列圆柱轴承载荷三维分布

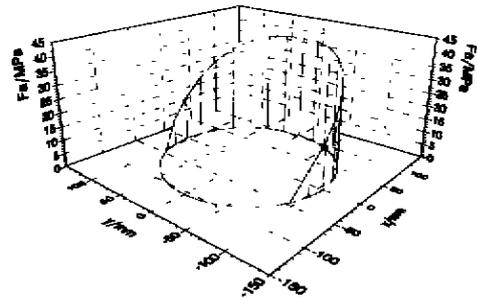


图7 止推轴承载荷周向分布

### 3 结 语

1) 本文在三维弹性接触边界元法的基础上采用不同形状板单元描述相应形状滚动体,并用Hertz接触公式考虑滚子变形,故具有计算模型直观、简单和较高的计算精度。

2) 本方法还适用于分析多列圆锥滚子轴承以及其他形式的圆锥短圆柱滚子组合轴承等负荷特性。

3) 本方法为研究提高轴承寿命、设计和分析轧机滚动轴承负荷特性提供有效的数值分析工具。

### 参考文献:

- [1] T. A. Harris, 罗继伟等译,滚动轴承分析[M]. 洛阳轴承研究所,1997:129~188
- [2] 邱宣怀主编,机械设计[M]. 高等教育出版社,1997:369~388
- [3] 李健.SY型高刚度小型轧机的力学特性分析[J]. 冶金设备,1998,(1):16~22
- [4] 束学道,陈占福,申光宪,等. 轧机轴承负荷特性数值解析[J]. 重型机械,1999,(1):31~34

(下转第57页)