

泊松曲线的特征及其在沉降预测中的应用

宰金珉¹, 梅国雄²

(1.南京建筑工程学院 建筑工程系,南京 210009; 2.河海大学岩土所,南京 210098)

摘要:根据全过程的沉降量与时间关系的特点,建立了泊松曲线预测模型,并且从机理上作了详细的分析,然后将该模型应用于某些具体的工程,证实了该方法的合理性,最后指出了值得进一步研究的问题。

关键词:泊松曲线; 预测模型; 沉降量与时间关系

中图分类号:TU433

文献标识码:A

目前土力学中几种变形理论及其分析和计算方法都是以小土样试验得到的应力应变关系为依据。很显然,这种试验在应力水平、加载的速率、边界条件等方面,都和实际工程有很大的差别。但是实测资料又是检验理论的标准,因此对实测沉降资料的分析具有重要的意义。而对于可塑状态的粘土类土,建筑物的沉降在施工期间完成一部分,另一部分在使用期完成,因此如何利用前期施工过程中观测到的沉降值,对后期施工以及竣工后沉降量随时间的发展过程进行预测将具有十分重要的意义。目前的预测方法都是以下式为基础^[1]:

$$s_t = s_d + (s_\infty - s_d)f(t) \tag{1}$$

式中: s_t ——时间 t 时的沉降量; s_d ——瞬时沉降量; s_∞ ——最终沉降量(由沉降曲线推算的沉降量)。

根据 $f(t)$ 的函数形式,可分为双曲线法和指数法,这些方法存在以下三个缺点:

1) 式(1)仅适用于瞬时施工加载的情况,但是作用在地基上的荷载总是在施工期内逐步增加到最大值,竣工后荷载也还会有波动,得对沉降过程曲线加以修正,其方法如图1所示。

2) 人为的假定 $s_d=0$;

3) 双曲线法推算的值偏大,指数法在最初的一段和实际相差较大。本文选用的泊松曲线恰好能反映线性加载或近似线性加载情况下沉降量与时间的关系,故采用泊松曲线对沉降进行预测。

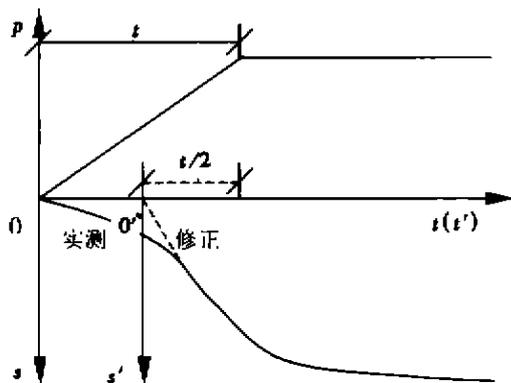


图1 沉降过程曲线修正方法

2 泊松曲线预测模型的建立

2.1 模型的建立

泊松曲线亦称逻辑斯蒂曲线或推理曲线,也有人称之为饱和曲线。在时间序列预测中,泊松曲线的表达式为:

$$y_t = \frac{k}{1 + ae^{-bt}} \tag{2}$$

式中, y_t 为 t 时刻对应的预测值,其单位为长度单位; t 为时间,其单位为时间单位; a 、 b 和 k 为待定

• 收稿日期:2000-03-06

作者简介:宰金珉(1945-),男,江苏南京人,教授,主要从事岩土工程的教学与科研工作。

参数且为正, a 为量纲, b 的单位为时间的倒数, k 的单位为与 y_t 相对应的长度单位。

利用一时间序列求出上述 3 个待定参数,即可建立泊松曲线方程,从而可以对于今后的 y_t 进行预测。

2.2 模型的特点

泊松曲线具有以下五个特点:

1) 不通过原点性 当 $t=0$ 时, $y_0 = k/(1+a) \neq 0$, 故不通过原点。

2) 单调递增性 随着时间的增长, y_t 也将不断的增长, 即:

$$y'_t = kub(1 + ae^{-bt})^{-2} > 0 \quad (3)$$

3) 有界性 当时间 t 趋近于无穷大时, y_t 趋近于 k , 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_t = k \quad (4)$$

4) 呈“S”形 由于存在反弯点, 泊松曲线对时间 t 呈“S”形, 即:

$$y''_t = ab^2 ke^{-bt} (1 + ae^{-bt})^{-3} (ae^{-bt} - 1) \quad (5)$$

令

$$M = ab^2 ke^{-bt} (1 + ae^{-bt})^{-3} > 0$$

则

$$y''_t = M(ae^{-bt} - 1) \quad (6)$$

当 $t < \frac{\ln a}{b}$ 时, $y''_t > 0$, 开口凹向上方; 当 $t > \frac{\ln a}{b}$ 时, $y''_t < 0$, 开口凹向下方, 故呈“S”形。

5) 良好的适用性 对于同样的 $k=100, a=99$, 通过调节 b 可以模拟相当大范围的曲线, 当 $b=0.1$ 和 $b=5$ 所对应的曲线示于图 2, 可见其良好的适用性。

2.3 模型的求解

本文主要介绍利用三段计算法求泊松曲线方程中的各个参数。三段计算法求泊松曲线方程中的参数有以下两点要求:

1) 时间序列中的数据项数或时间的期数 n 是 3 的倍数, 分为 3 段, 每段含 $n/3=r$ 项;

2) 自变量 t 的时间间隔相等或时间长短相等, 前后连续, 期数 t 由 1 开始顺编, 也即取 $t=1, 2, 3, \dots, n$ 。按此要求, 则时间序列中各项数分别为 $y_1,$

y_2, y_3, \dots, y_n , 将其分为 3 段: 第 1 段为 $t=1, 2, 3, \dots, r$; 第 2 段为 $t=r+1, r+2, r+3, \dots, 2r$; 第 3 段为 $t=2r+1, 2r+2, 2r+3, \dots, 3r$ 。

设 S_1, S_2, S_3 分别为 3 个段内各项数值的倒数和, 有

$$S_1 = \sum_{t=1}^r \frac{1}{y_t}; \quad S_2 = \sum_{t=r+1}^{2r} \frac{1}{y_t}; \quad S_3 = \sum_{t=2r+1}^{3r} \frac{1}{y_t} \quad (7)$$

即将泊松曲线方程式改为倒数形式

$$\frac{1}{y_t} = \frac{1}{k} + \frac{ae^{-bt}}{k} \quad (8)$$

故 3 段数值的倒数和分别为:

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \sum_{t=1}^r \frac{1}{y_t} = \frac{r}{k} + \frac{a}{k} \sum_{t=1}^r e^{-bt} = \frac{r}{k} + \frac{ae^{-b}(1-e^{-rb})}{k(1-e^{-b})} \\ S_2 &= \sum_{t=r+1}^{2r} \frac{1}{y_t} = \frac{r}{k} + \frac{ae^{-(r+1)b}(1-e^{-rb})}{k(1-e^{-b})} \\ S_3 &= \sum_{t=2r+1}^{3r} \frac{1}{y_t} = \frac{r}{k} + \frac{ae^{-(2r+1)b}(1-e^{-rb})}{k(1-e^{-b})} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

由此, 有

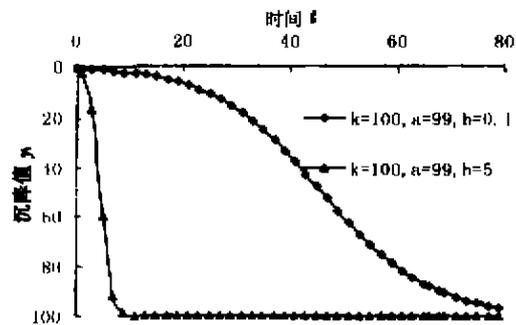


图 2 泊松曲线的良好适应性

$$\left. \begin{aligned} S_1 - S_2 &= \frac{ae^{-b}(1 - e^{-rb})^2}{k(1 - e^{-b})} \\ S_2 - S_3 &= \frac{ae^{-(r+1)b}(1 - e^{-rb})^2}{k(1 - e^{-b})} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

为了消去 a 和 k , 用 $S_2 - S_3$ 去除 $S_1 - S_2$, 得

$$\frac{S_1 - S_2}{S_2 - S_3} = \frac{1}{e^{-rb}} \quad (11)$$

故参数 b 的计算公式为:

$$b = \frac{\ln \frac{(S_1 - S_2)}{(S_2 - S_3)}}{r} \quad (12)$$

又因为

$$\frac{(S_1 - S_2)^2}{(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)} = S_1 - \frac{r}{k} \quad (13)$$

故参数 k 的计算公式为:

$$k = \frac{r}{S_1 - \frac{(S_1 - S_2)^2}{(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)}} \quad (14)$$

有了 k , 可由

$$\frac{(S_1 - S_2)^2}{(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)} = \frac{ae^{-b}(1 - e^{-rb})}{k(1 - e^{-b})} \quad (15)$$

加以变换, 得到 a 的计算公式

$$a = \frac{(S_1 - S_2)^2(1 - e^{-b})k}{[(S_1 - S_2) - (S_2 - S_3)]e^{-b}(1 - e^{-rb})} \quad (16)$$

3 机理分析

3.1 不通过原点的机理分析

对于饱和土来说, 在荷载作用下会立即发生瞬时沉降(亦称初始沉降或不排水沉降)^[2]。其变形是在体积不变情况下由荷载区域下的剪应变引起的。当粘土的渗透性很低时, 则几乎不会发生排水。在荷载中心线下, 垂直压缩和侧向膨胀发生, Bjerrum(1972)指出, 这一沉降的组成部分更确切地应认为是侧向的屈服。对非饱和土, 荷载施加后, 空隙中的气体可立即压缩, 土骨架可变形, 故开始时荷载就由骨架、水和气三者来承担。随着水和气的排出, 骨架进一步压缩, 水和气的应力逐渐转移到骨架上。这表现到沉降过程线上存在一个瞬时的沉降^[3], 且饱和度愈小, 初始沉降愈大。对于工程上所涉及的土, 通常都遭到扰动, 在荷载的作用下也会存在瞬时沉降。综上所述, 由于初始沉降的存在, 故不通过原点。另外, 瞬时沉降 $k/(1+a)$ 可调节, 当 $k \approx 1+a$ 时, $k/(1+a) \approx 1$; 又当 $a \gg k$ 时, 瞬时沉降 $k/(1+a) \approx 0$, 此时基本过零点。

3.2 “S”形机理分析

成长曲线反映的实际上是事物发生、发展、成熟然后到达一定极限的过程。这一点和荷载逐步增加与测点的沉降的关系十分相似。加载过程中的沉降也可分为四个阶段:

1) 发生阶段 在刚加载时, 测点的土体尚处于弹性状态。随着荷载的增加, 测点的沉降量近乎线性增加。

2) 发展阶段 随着荷载的不断加高, 测点的土体所受的荷载也越来越大, 使之处于弹塑性状态。随着塑性区的不断开展, 测点的沉降速率也在不断的增加, 直至荷载不在增加为止。

3) 成熟阶段 当加载不再增加时, 由于固结尚未完成以及土体的流变, 测点的沉降将随着时

间的推移继续增加,但沉降速率递减。

4) 到达极限 理论上讲,当时间为无穷大时,到达极限状态。事实上,我们取 t 足够大即可,如对于公路 t 取为 $15a + \text{填筑时间}$;而对于建筑物 t 取为 $5a$ 即可。

4 测量误差和测点数对预测结果的影响

图 3 表示了当测量的系统误差为 ± 1 时且测点数为 9 时,对预测结果的影响;图 4 表示了当测量的点数不同对预测结果的影响。由以下图 3 和图 4 可知:初始的误差对预测结果有较大的影响,但随着测量点数的增加,预测结果会愈来愈接近真实值。

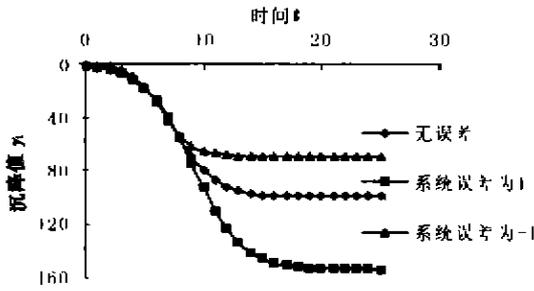


图 3 误差对计算的影响

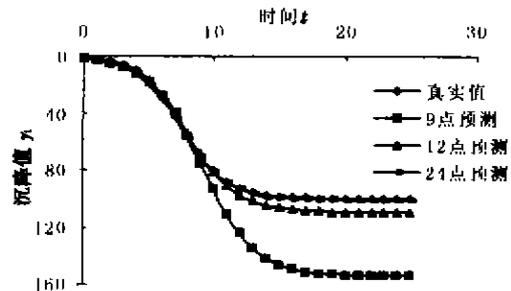


图 4 点数对预测的影响

5 工程示例

5.1 美国休斯顿贝壳广场大厦

该大厦地上 52 层,高达 217.6 m,采用框筒结构,轻质混凝土,基础采用箱形基础,埋深 18.3 m,与多层地下车库相连,其平面示意图、剖面图以及地质简况详见文献[4]。筒体基底的某点实测沉降量及不同点数预测的沉降量与时间的关系如图 5 所示。

5.2 宁通公路

宁通公路南通段 K102+990 断面采用二灰土桩加固,其方案为桩径 $d=0.55\text{ m}$,桩长 $L=6\text{ m}$,间距 2.0 m,路堤填筑高度为 5 m,总共用了 160 d 时间,起详细情况见文献[5]。该断面的某点实测沉降量、FEM 计算沉降量及不同点数预测的沉降量与时间的关系如图 6 所示。

5.3 上海贸海宾馆

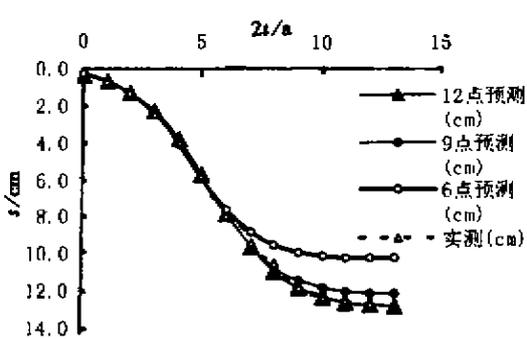


图 5 不同情况下的沉降量 s 与时间 t 的关系
 6 点预测 ($a=29.40; b=0.74; k=10.34$)
 9 点预测 ($a=32.48; b=0.68; k=12.26$)
 12 点预测 ($a=32.59; b=0.65; k=12.98$)

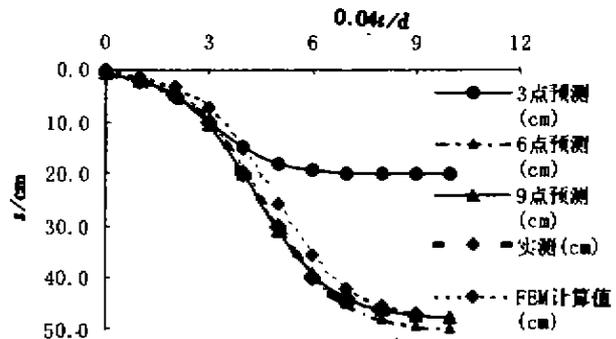


图 6 不同情况下的沉降量 s 与时间 t 的关系
 3 点预测 ($a=27.00; b=1.10; k=20.00$)
 6 点预测 ($a=57.40; b=0.90; k=50.00$)
 9 点预测 ($a=57.36; b=0.93; k=47.66$)

该宾馆的某点实测沉降量及不同点数预测的沉降量与时间的关系如图7所示。(注:扣除了因基坑开挖而造成回弹的位移的影响)。

5.4 深圳滨海大道

该大道 K2+100 处的实测沉降量及不同点数预测的沉降量与时间的关系如图8所示。

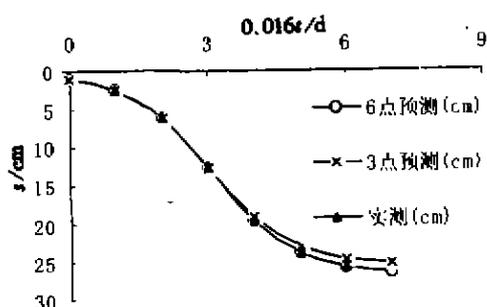


图7 不同情况下的沉降量 s 与时间 t 的关系

3点预测 ($a=27.87; b=1.10; k=25.60$)

6点预测 ($a=28.84; b=1.08; k=27.01$)

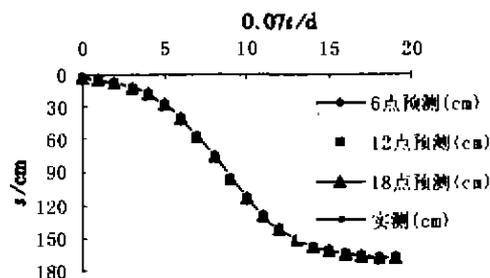


图8 不同情况下的沉降量 s 与时间 t 的关系

6点预测 ($a=51.41; b=0.47; k=169.73$)

12点预测 ($a=51.55; b=0.47; k=170.20$)

18点预测 ($a=51.55; b=0.47; k=170.18$)

5.5 New Belgrade 某宾馆

New Belgrade 某宾馆 A 块某点实测沉降量及不同点数的沉降量与时间的关系如图9所示。

6 结论

泊松曲线能很好的反映全过程的沉降量与时间的“S”形关系。这一点不仅可以从机理上进行论证,而且从大量的工程示例也说明了这一点,因此可以应用于工程实践。但对于本文的方法仍以下两点值得进一步研究:

1) 求解方法的研究,摆脱 $n=3r$ 的限制,对于这一点另文将加以阐述;

2) 本文的方法主要针对一级线性加载或近似一级线性加载情况,对于多级加载情形还值得进一步研究。

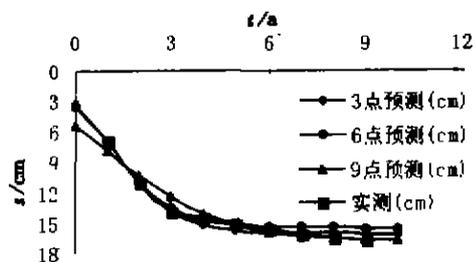


图9 不同情况下的沉降量 s 与时间 t 的关系

3点预测 ($a=3.16; b=1.02; k=17.04$)

6点预测 ($a=3.00; b=1.04; k=16.47$)

9点预测 ($a=1.84; b=0.58; k=17.82$)

参考文献:

- [1] 胡中雄. 土力学与环境土工学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997
- [2] Brand E. M., Brenner P. R. 软粘土工程[M]. 叶书麟, 宰金璋译校. 北京: 中国铁道出版社, 1991
- [3] 殷宗泽. 土体沉降与固结[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998
- [4] 宰金璋, 宰金璋. 高层建筑基础分析与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
- [5] 杨涛, 殷宗泽. 软基二灰土桩加固有限元分析[J]. 岩土力学, 1998, 19(3): 19-25
- [6] 丘添顺. 滨海大道软基处理工程[A]. 第四届塑料排水法加固软基技术研讨会论文集[C]. 南京: 河海大学出版社, 1999
- [7] Sasha D. Milovic. A Comparison Between Observed and Calculated Large Settlements of Raft Foundations[J].

Can. Geotech. J. 1998, (35): 251-263

Feature of Poisson Curve and Its Application to Displacement Forecast

ZAI Jin-min¹, MEI Guo-xiong²

(1. Nanjing Architectural and Civil Engineering Institute, Nanjing 210009, China; 2. Geotechnical Engineering Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on the settlement-time relation, a forecast model of Poission curve is put forward and analyzed in point of its mechanism. Then, the model is applied to some projects. The results have shown the reasonableness of the model. At the end, the problem for further study is shown.

Keywords: Poission curve; forecast model; settlement-time relation

上接第 29 页

Research on Quality Control of Steel Structure Engineering in Main Construction Work

YAO Gang, HUA Jian-min

(Faculty of Civil Engineering, Chongqing University B, Chongqing 400045, China)

Abstract: This paper analyzes the tenet of quality control of steel structure engineering in main construction work and investigates the course and way of quality control.

Keywords: steel structure; main construction work; engineering; quality control