

薄壁板架的空间变形分析*

李开禧, 赵广坡, 温伏明

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘要:把计算平面框架的有效假定移置到薄壁板架的空间变形及受力分析中,重新给出了计算简图,即对于作用力垂直于弯心连线所组成平面的薄壁板架可以按照交叉梁系进行计算;对于作用力平行于弯心连线所组成平面的薄壁板架,可以按“单片框架”的概念将其简化成竖放的平面框架来进行计算,从而使该类问题的计算工作便捷省时。

关键词:薄壁板架;空间变形分析;交叉梁系;单片框架

中图分类号:TU378.7

文献标识码:A

弯曲中心轴线在同一平面内的薄壁框架、板架,当荷载作用在该平面内时,结构只发生弯曲变形,其计算方法和一般的实体杆件相同;当荷载不作用在该平面内时,结构除产生平面弯曲变形外,还要产生翘曲扭转变形。按现行计算方法,它们将分别根据平面弯曲理论和约束扭转理论进行分析,材料在线弹性范围内可选加计算结果,以确定结构所产生的空间变形。对于连续梁,这两类变形能够分离,可以按照仅发生弯曲变形的连续梁和仅发生扭转变形的连续梁分别进行计算,再迭加计算结果。而在框架和板架中,这两类变形相互耦联,不能象连续梁那样进行分离。因此求解未知变形的方程组中各方程也是彼此相关的,不能独立分解;而且方程中涉及的诸系数,计算也相当繁难,以致最简单的薄壁框架、板架分析,也需要建立和求解复杂的多元方程组。

出现这种现象的原因主要有以下三个方面:

1) 这两类变形分析所依托的两个传统理论,即平面弯曲理论和约束扭转理论,它们相互独立、互不兼容,各自有各自的表达截面抗力的坐标系统和几何参数(分别相应于主坐标和扇性坐标),以及相应的外力因素(对应于弯矩和双力矩等),致使内力不能迭加消元,变形不能合成简化。

文献[1]提出的新理论认为两个传统理论的依据都是截面上内、外纵向力系的平衡,并相应的提出了“弯矩矢量”和“转角向径”这两个新概念,在受力分析方面使弯曲效应、翘曲效应的纵向力系能自由、灵活的迭加,如双力矩和弯矩的合成效应等同于平移后的弯矩矢量,即偏心弯矩矢量的作用;在变形方面使截面纵向变形协调关系凝聚为各向径交汇于一点的关系。该理论又针对截面上纵向外力系的作用形式,提出直接计算纵向翘曲位移、转动中心、翘曲刚度的方法——动态坐标法。

如果薄壁框、板架的空间变形分析以直接计算空间变形的新理论为依据,对结构受力反应的认识就不会再为弯扭耦连所困扰,从而大大的简化变形分析过程。

2) 在现行计算方法中,一概计入自由扭转刚度的作用。实际上,在当前轻型结构应用较广的条件下,自由扭转刚度的作用已经不大,地位已经不很重要了。另外,从计算的角度讲,自由扭转刚度在扭转时所产生的附加抗力效应属于二阶分析内容,应和外力产生的附加荷载作用共同计算,才能合理的评价它所占的份额;实际工程中,构件极少纯粹受扭,常伴有轴力作用,以致可能抵消自由扭转刚度的作用。新的计算方法已能够直接算出轴力、弯矩、双力矩共同作用下的空间整体变形,在空间整体变形中,自由扭转刚度作用所占的份额更小。当然即使不计入自由扭转刚度的作用也不是不计翘曲变形,仅仅是考虑自由扭转刚度所产生的附加作用所带来的有利影响。

* 收稿日期:2002-11-25

作者简介:李开禧(1935-),男,四川崇庆人,教授,博士生导师,主要从事钢结构稳定和薄壁理论研究。

3) 更重要的是,新理论认为薄壁杆件是由窄矩形截面梁柱彼此脊线相联的杆件体系,原本就是纵向诸脊线相联的框架,因而在实用计算理论中,应该把平面框架中已行之有效的假定移置到薄壁框、板架的空间变形分析中。

综上所述,为了清晰表明受力特征,简捷计算变形反应,本文淘汰次要因素,提出了计算假定,重新给出了计算简图,下面详细说明。

1 基本假定和计算简图

图 1 所示的平面框架,计算时认为结点处的压力 P 全由柱承担,即 $N = P$,不考虑横梁因柱的压缩而引起的挠曲变形带来的杆端剪力 Q 的帮助作用。原因是竖柱的缩短与柱长成正比,而横梁在自由端处的挠度与梁长的三次方成正比。设梁和柱的截面均为 $b \times H$ 的矩形截面。则柱的压缩量 $\Delta l = Nl/EbH$,梁端挠度 $\delta = 4Ql^3/EbH^3$,式中 E 为弹性模量。由变形协调条件有: $\Delta l = \delta$,整理后得 $Q/N = (H/2l)^2$ 。可见,若梁、柱的高跨比为 $1/10$ 时,剪力 Q 仅为压力 N 的 0.25% 。显然,若把 P 改为拉力,道理亦然,实用计算方法中可以认为拉力全由竖柱承担。把上述思路向空间框架移置,在图 2(a)所示的空间框架中,杆件截面为工字钢。节点 B 处有一对与柱轴线同向的等值、反向拉、压力,它们分别作用在由工字钢翼缘所组成的前后两片平面框架上,并组成力偶 PH , H 为截面高度。根据前述平面框架的计算假定,这对拉、压力应分别由前片框架的竖柱和后片框架的竖柱来承担,而忽略掉各自横梁所产生的剪力。那么,对于整个空间框架来说,实用计算方法应认为力偶 PH 全部由竖柱承担。在线弹性范围内,横梁伴生很小的扭转变形但可略去所产生的扭矩。同理,当这对等值、反向拉、压力在水平方向时,如图 2(b)所示,它们所组成的弯矩可认为全由横梁承担,在线弹性范围内,竖柱产生相协调扭转的微小扭转变形,但可略去扭矩。

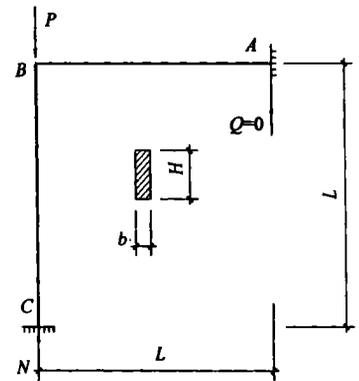


图 1 平面框架计算假定模型

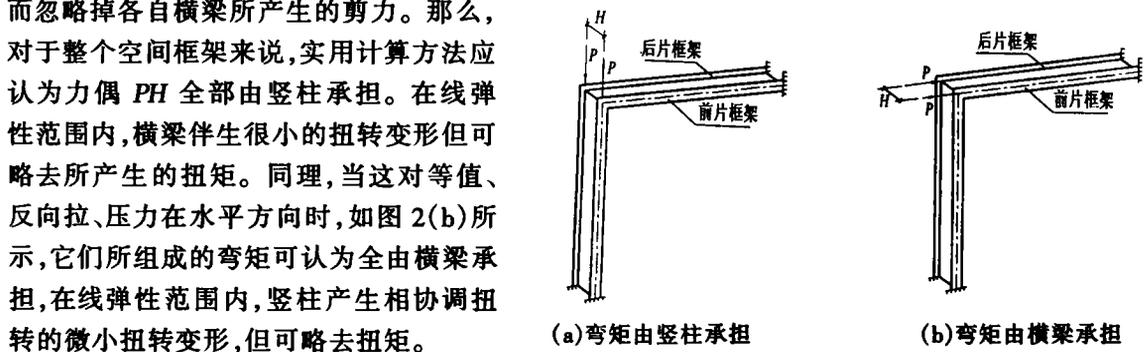


图 2 平面框架计算假定模型

基于这个道理,对于作用力垂直于弯曲中心轴线所组成的平面的板架,如图 3(a)所示,将相交于 B 点的各杆件的伴生扭矩忽略掉之后,我们认为节点 B 在和 ABC 平面相垂直的平面内没有弯矩产生; B 点发生竖直向下的位移和相应的角位移。因此,该类薄壁板架的计算可以按照交叉梁系来进行,如图 3(b)所示。

对于图 4(a)所示作用力平行于弯心轴线平面的薄壁框架,我们将其理解为前后两片由腹板相

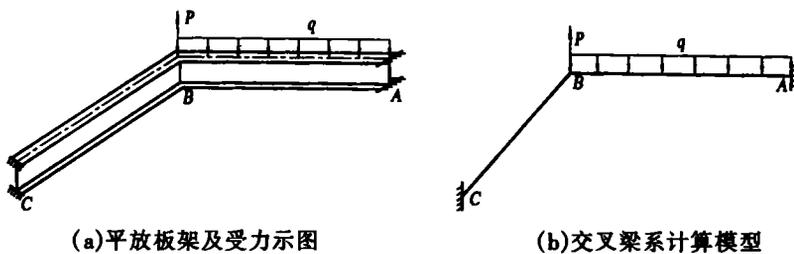


图 3 板架计算的交叉梁系模型

联的平面框架,原框架横梁上的力偶 m 分解为作用在前片平面框架横梁上的满跨均布荷载 q 和作用在后片平面框架横梁上的满跨均布荷载 $-q$,且 $m = qH$ (H 为工字梁截面高度)。由于计算结果与 H 无关,所以我们将 H 取为 1,并为了直观计,将 q 记为 m 。现取出前片框架并按其轴线绘图,如图 4(b)所示,我们就把这一“单片框架”作为该类空间薄壁框架的计算模型。这样就简化成了我们熟悉的平面框架计算简图,该平面框架的弯矩图、轴力图、剪力图分别相当于原结构的双力矩图、弯矩图、扭矩图。从而该类空间框架的变形分析转化成了平面框架的变形分析,而平面框架的计算已经有了成熟的计算理论和简捷的计算方法,所以我们可以迅速方便的进行求解了。下面举例说明。

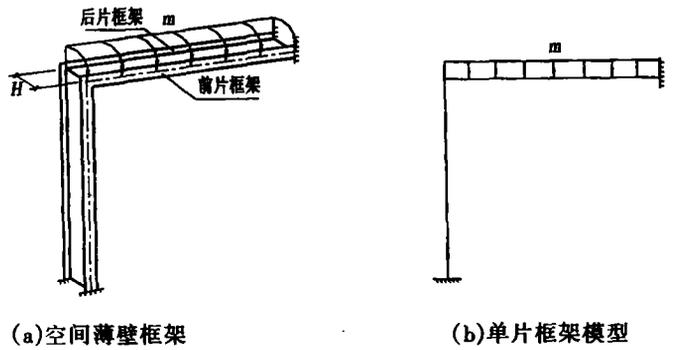


图 4 空间薄壁框架计算的单片框架模型

2 示例

例 1 图 5(a)所示平放板架,两杆的截面均为工字梁。杆①长 4 m,跨中作用扭矩 $M_z = 1$ 。杆②长 6 m,截面与杆①相同。且已知 $kl_1 = \sqrt{GI_k/EI_\omega}l_1 = 2.971$ (其中 GI_k 为杆件的自由扭转刚度, EI_ω 为杆件的翘曲刚度), $kl_2 = 4.456$ 。求该结构在 M_z 作用下的双力矩图、弯矩图及扭矩图。

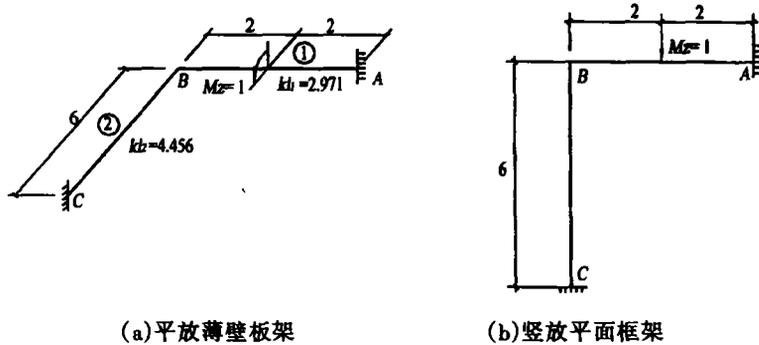


图 5 平放薄壁板架简化成竖放平面框架

解:该平放板架的受力特征相当于一个竖放空间薄壁框架在横梁跨中受一集中扭矩,按前文所述“单片框架”的概念,简化成我们更熟悉的平面框架如图 5(b)所示,我们只要求出该平面框架的弯矩图、轴力图和剪力图即可得原结构的双力矩图、弯矩图和扭矩图。

下面,按力矩分配法先求出框架的弯矩图。按拉弯比拟的方法, GI_k 在图 5(a)所示的平放板架中对薄壁杆件所起的作用相当于在图 5(b)所示的竖放框架中对相应的杆件两端施加拉力,此时杆件两端的转动刚度为:(其中 α_n 为近端转动刚度, α_f 为远端转动刚度)

对① $kl_1 = 2.971 \quad \alpha_n = 5.063 \quad \alpha_f = 1.770$

对② $kl_2 = 4.456 \quad \alpha_n = 6.166 \quad \alpha_f = 1.598$

在图 5(b)所示竖放平面框架的 B 点加一约束刚臂,得基本结构。杆②在 $M_z = 1$ 的作用下的两端弯矩为:

$$M_{BA} = -M_{AB} = M_z(chkl/2 - 1)/2k(shkl/2) = -0.425$$

分配系数为

$$\mu_{BA} = 0.552 \quad \mu_{BC} = 0.448$$

将约束力矩反号进行分配和传递计算,如图 6 所示,得最后弯矩图如图 7 中实线所示。图 7 中

虚线和括号内数字为不考虑 GI_k 的作用,即 $kl=0$ 时的计算结果。

图 7 所示是前片框架的弯矩图,由各杆件的平衡条件可求出其轴力、剪力并绘出轴力图、剪力图,和后片框架的轴力图、剪力图合起来,便构成整个框架的作用于腹板平面内的弯矩图和作用于横截面上的扭矩图,具体计算过程如下:

前片框架 BC 杆的轴力 $N_{BC} = Q_{BA} = Q_{BA}^0 + (M_{BA} + M_{AB})/l = 0.4209$,即沿 BC 杆全长 $M_{BC} = 0.4209$,同理,可求出 BA 杆的弯矩图,从而得整个框架的弯矩图,如图 8 所示;前片框架的剪力图,即整个框架的扭矩图,很容易求出,本文只给出结果如图 9 所示。

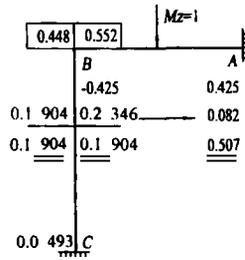


图 6 力矩分配法求弯矩

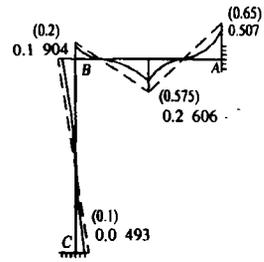


图 7 竖放平面框架的弯矩图 (即原平放板架的双力矩图)

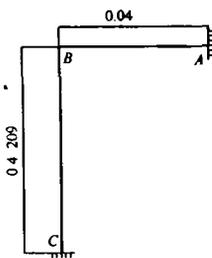


图 8 竖放平面框架轴力图 (原平放板架弯矩图)

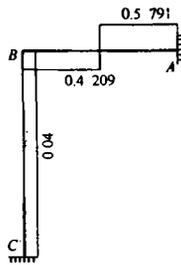


图 9 竖放平面框架剪力图 (原平放板架扭矩图)

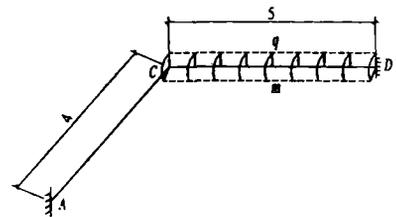


图 10 平放板架

由于开口杆平面刚架在扭矩荷载作用下产生的节点转角位移和出平面的线位移相对于节点翘曲位移均十分微小,因此我们将其忽略掉,不再对弯矩图进行修正。

本题在文献[4]中有按传统方法给出的解答,两者对比可以发现,其结果相差甚微,但新方法的计算要简单得多。

例 2 如图 10 所示的平放板架,在杆件 CD 上作用的有竖直向下的均布荷载和绕 CD 杆的均布扭矩 m ,杆 AC 长为 4 m,杆 CD 长为 5 m,求出此板架在仅有 q 作用时的弯矩图和仅有 m 作用时的双力矩图。

解:根据前文所述计算简图,在 q 作用下板架按交叉梁系计算,按相应的计算方法得到板架的弯矩图如图 11 所示;在 m 作用下,该平放板架相当于横梁受均布扭矩的竖放框架,我们按“单片框架”计算,得到框架的弯矩图即板架的双力矩图如图 12 所示。(括号内的数字为不考虑 GI_k 作用时的计算值)

本题在文献[2]和文献[5]中均有按照传统计算方法所给出的解答,比较两种方法的计算结果,可以发现其差别十分微小,这再一次验证了新方法的正确性。

例 3 图 13 所示开口薄壁杆平放板架,各杆断面相同,杆长均为 5 m,杆件 BC 上作用均布扭矩 $q = 1$,已知 $kl = (\sqrt{GI_k/EI_\omega})l = 4$. 求此板架在该均布扭矩作用下的双力矩图。(注:根据前文所述原理和例题,

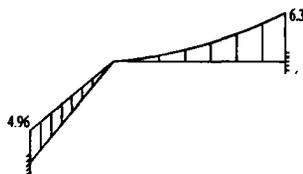


图 11 q 作用下板架弯矩图

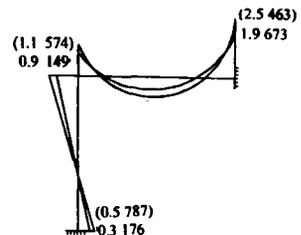


图 12 m 作用下竖放框架弯矩图 (即原平放板架的双力矩图)

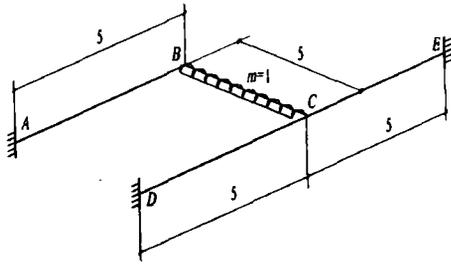


图 13 平放薄壁板架

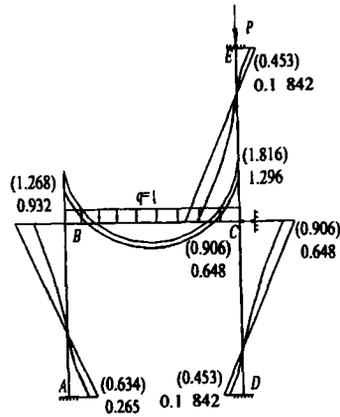


图 14 框架弯矩图(可看成相应平放板架的双力矩图)

我们不难理解,把该板架竖放后得一平面框架,再将杆件 BC 上的均布扭矩视为作用在横梁上的均布荷载,如图 14 所示。则该竖放平面框架的弯矩图相当于原平放板架的双力矩图,因此只需求出该框架的弯矩图即可)

解:按例 1 所述拉弯比拟法可得

$$\text{对 } BC \text{ 杆} \quad \alpha_n = 5.7968 \quad \alpha_f = 1.6476 \quad M_{BC} = -M_{CB} = -1.6791$$

$$\text{利用位移法} \quad \begin{cases} 2 \times 5.7968 \theta_1 + 1.6476 i \theta_2 - 1.6791 = 0 \\ 1.6476 \theta_1 + 3 \times 5.7968 i \theta_2 + 1.6791 = 0 \end{cases}$$

$$\text{得 } \theta_1 = 0.16072/i \quad \theta_2 = -0.11178/i$$

按内力叠加公式可求得最后的弯矩图如图 14 中实线所示。图中虚线和括号内数字为不考虑 GI_k 的作用,即 $kd=0$ 时的计算结果。

本题在文献[4]中也有按传统方法给出的解答,比较后发现其结果相差甚微。

3 结语

根据本文提出的计算方法,对于薄壁板架的空间变形分析,可以按“单片框架”和“交叉梁系”进行计算,而平面框架和交叉梁系的变形分析已经有了成熟的计算理论和相应的计算方法,所以文中示例的计算都非常简单。只是要完成从空间到平面的渗透工作,首先应在空间变形分析中把诸变形影响因素剥离开,其次查明它们在各自变形中的影响程度,去粗取精,形成简明的计算简图,从而既大大的简化了计算,又清晰的表明了变形反应。

参考文献:

- [1] 李开禧. 弹性薄壁杆件[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1990.
- [2] 朱渝春. 开口薄壁杆理论基础及程序[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1990.
- [3] 唐家祥, 王仕统, 裴若娟. 结构稳定理论[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989.
- [4] 李明昭, 周竟欧. 薄壁杆结构计算[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- [5] 包世华, 周坚. 薄壁杆件结构力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991.

(下转第 88 页)

[6] 四川省建设委员会. 四川省市政工程预算定额[S]. 1992.

Discussion on Feasibility of Territorial Combined Heating and Cooling in Jiangbei District, Chongqing

YANG Zhi - yong, LI Bo, ZENG Sheng, ZHAO Yuan

(College of Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: In this paper, the discussion and advice on building territorial combined heating and cooling systems were put forward on the basis of modern construction tactic of Chongqing. There is a large perennial requirement on heating and cooling due to Chongqing's climate character. The analysis of feasibility of building territorial combined heating and cooling is given according to the economical and social benefits. In this paper, two primary projects of combined heating and cooling system were given, taking the Huaneng Chongqing Gas Turbine Power Plant as heat source and Jiangbei development areas as user areas. In economic comparison with center air conditioning and family air - conditioning, the territorial combined heating and cooling system proved to be feasible.

Keywords: combined heating and cooling; cogeneration; energy saving; pollution

(上接第 62 页)

Space Deformation Analysis of Thin - walled Board - frame

LI Kai - xi, ZHAO Guang - po, WEN Fu - ming

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: In this paper, the effective calculation assumptions for plane frame are transplanted to deformation analysis of thin - walled board - frame, a new calculation model is presented, that is when the load is perpendicular to the plane composed of lines joined by shear center, the thin walled board - frame can be calculated according to across - beam - series; and when the load is parallel to that plane, according to the conception of "single - layer frame", it can be calculated on the base of plane frame. In this way, the calculation is greatly simplified.

Keywords: thin - walled frame board - frame; space deformation analysis; across - beam - series; single - layer frame