

基于弹性二阶分析的排架柱计算长度*

刘毅, 朱占友, 魏巍, 白绍良

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘要:在筛选出影响排架柱截面设计的最不利荷载组合的基础上,完成了系列单层单跨排架考虑二阶效应的弹性有限元分析,得到排架柱包括二阶效应在内的真实内力,最后再由弹性二阶分析结果求得排架柱的偏心距增大系数 η ,通过选取合适的 $\eta-l_0$ 关系,得到与 η 相配套的排架柱计算长度。

关键词:排架柱;弹性二阶分析;计算长度

中图分类号:TU318 **文献标识:**A **文章编号:**1006-7329(2007)05-0060-06

The Effective Length of Bent-columns Based on the Second-order Elasticity Analysis

LIU Yi, ZHU Zhan-you, WEI Wei, BAI Shao-liang

(College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

Abstract: According to the worst-case load combinations which determine the section design of bent-columns, a series of second-order elasticity analysis of single-story single-span bent frames have been completed, and internal force including second-order effect have been acquired. Based on the eccentricity magnification factor η and relation of $\eta-l_0$, the effective length l_0 suggestion of bent-columns have been made in this paper.

Keywords: bent-columns; second-order elasticity analysis; effective length

$\eta-l_0$ 法是中国《混凝土结构设计规范》(GB50010-2002)^[1]考虑框架柱二阶效应的主要设计方法,在排架柱设计中现行规范仍采用这种方法考虑排架柱的二阶效应问题。在 $\eta-l_0$ 法中用于反映排架柱结构的几何非线性特征的排架柱计算长度 l_0 是根据初参数法^[2]求得的,由于初参数法以上下柱整体失稳为基础,再加上其柱顶无侧移分析模型以及荷载作用情况与真实结构也有所出入,所以,最终规范组也没有严格采用初参数的结论,而是参照原苏联规范中的类似规定对初参数的结果进行了修正。本文完成了一系列实际工程单层单跨排架考虑二阶效应的弹性有限元分析,得到了排架柱包括二阶效应的真实内力,最后再由弹性二阶分析结果求得排架柱的偏心距增大系数 η ,通过选取合适的 $\eta-l_0$ 关系,得到与 η 相配套的排架柱计算长度。这一思路不同于通过弹性稳定理论求解柱计算长度的简化处理方式,还原了结构二阶效应的力学本质,得出的计算长度 l_0 真实可信。

1 计算模型及算例设计

对于单层单跨有吊车厂房排架结构,由于吊车荷载为局部荷载,厂房屋盖结构应有较明显的空间效应,但这种效应与相邻榀排架间的连接和支撑有很大关系,加之目前这部分研究较少,因此在建立单跨模型时暂未考虑空间效应,而是按实际工程设计中采用的平面排架建模。该有侧移排架模型只考虑了同榀排架柱的相互支承作用,适用于厂房屋盖整体空间效应较弱的单跨排架。就吊车荷载的二阶效应而言,这一模型偏安全。排架结构的设计条件比较复杂,为了使算例分析具有代表性,在算例设计时应该考虑各种变量及相关因素的影响。研究中主要考虑了排架跨度,上下柱柱高比,基本风压和吊车吨位等影响因素,单层单跨排架算例参数如下:

1.1 算例排架的几何参数

排架采用了 18 m, 24 m 和 30 m 三种跨度类型,

* 收稿日期:2006-09-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(59678035)

作者简介:刘毅(1971-),男,重庆人,博士,主要从事钢筋混凝土结构研究。

欢迎访问重庆大学期刊网 <http://qks.cqu.edu.cn>

排架柱距均为 6 m。排架柱下柱采用了 6 m 和 9 m 两种高度。排架柱截面取法参考厂房柱标准图集,6 m 柱高下柱采用(400×600)矩形截面,9 m 柱高下柱采用(400×900)工型截面,工型截面几何尺寸如图 1 所示。上柱高度按规定的柱高比确定,算例中采用的柱高比有 0.3、0.4、0.5 和 0.6。当下柱为 6 m 时,上柱采用(400×400)矩形截面;当下柱为 9 m 时,上柱采用(400×500)矩形截面。

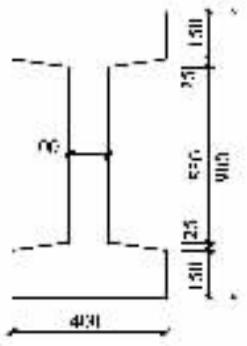


图 1 工型截面尺寸

1.2 算例排架的荷载参数

1) 屋架和屋面荷载^[3]

屋架选用预应力混凝土折线形屋架,屋架自重根据不同排架跨度按标准图集查用:18 m 跨时为 6.55 t,24 m 跨时为 11.0 t,30 m 跨时为 14.24 t。屋面恒载包括屋面板和面层等,取用 4.0 kN/m²,屋面活载取用 1.0 kN/m²。

2) 吊车梁和吊车荷载^[4]

桥式吊车按大连起重机厂(“85 系列(95 确认)”)5~50 t 系列吊钩桥式起重机选用,该系列没有的吊车型号参照其他类型同型号选用。考虑了 10 t、20/5 t、32/5 t、50/10 t 四种吨位级别的吊车,吊车和吊车梁的设计参数根据相关标准图集查得。

3) 风荷载

屋面的受风荷载等效为作用在排架顶部的集中水平力,作用在排架柱上的风荷载按分布荷载考虑。算例分析中考虑了三种基本风压,分别为 0.3 kN/m²,0.5 kN/m² 和 0.7 kN/m²。

最终的荷载计算简图参见图 2。将上下柱轴线对准,同时在上、下柱相交处将产生偏心弯矩 M_e ;屋面和屋架荷载简化为上柱顶的集中竖向力和弯矩;吊车和吊车梁荷载简化为下柱顶的集中力和集中弯矩,其中 D_{max} 可能作用在左柱或右柱;风荷载和其他水平荷载的作用方向可能向右或向左;上下柱的自重均按布荷载考虑。

2 确定分析荷载工况

二阶效应问题不仅与结构自身特性(如材料的弹

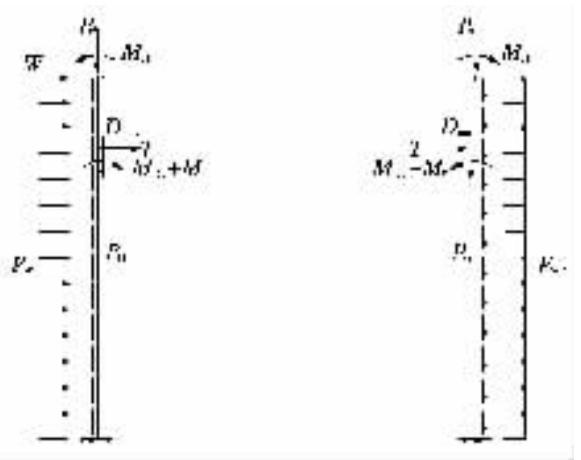


图 2 荷载计算简图

性模量,构件截面的惯性矩和构件的轴线长度)有关,而且与结构所受荷载有直接的联系,因此研究二阶效应问题必须明确结构的荷载工况。荷载工况就是用于描述结构中各种类型荷载同时作用的情况,进行排架算例系统的计算分析前要确定用于对比分析的荷载工况和相应工况下的最不利荷载组合。一般可取用设计截面的控制工况作为分析工况,但是对于排架结构荷载工况比较复杂,加之设计的系列算例较多,不同算例相应的设计截面的控制工况或同一算例不同设计截面的控制工况可能都不尽相同,为了简化分析,并使分析结果具有可比性,需要找到一种主要的控制工况作为分析工况,最后再验证这种分析荷载工况得出的排架柱计算长度的合理性。

2.1 确定设计截面最不利荷载组合的原则

作用在排架上的荷载形式主要包括恒荷载,屋面活荷载,吊车荷载和风荷载,进行荷载组合时一般考虑以下荷载工况:

1.2(1.0)×恒荷载标准值+0.9×1.4×(屋面活荷载+风荷载+吊车荷载)标准值;

1.2(1.0)×恒荷载标准值+0.9×1.4×(风荷载+吊车荷载)标准值;

1.2(1.0)×恒荷载标准值+0.9×1.4×(屋面活荷载+风荷载)标准值;

1.2(1.0)×恒荷载标准值+0.9×1.4×(屋面活荷载+吊车荷载)标准值;

1.2(1.0)×恒荷载标准值+1.4×吊车荷载标准值;

1.2(1.0)×恒荷载标准值+1.4×风荷载标准值;

1.2(1.0)×恒荷载标准值+1.4×屋面活荷载标准值;

1.35×恒荷载标准值+0.7×1.4×竖向活载标准值

由于“二阶效应”属于几何非线性问题，“叠加原理”不再成立，要比较精确地得出二阶效应，不能采用传统结构分析中内力组合的思路，应按荷载工况进行荷载组合，对每种荷载组合进行考虑二阶效应的弹性有限元分析，以此得出的排架内力和变形才是真正意义上考虑了二阶效应的内力和变形。

2.2 确定分析工况和相应的最不利荷载组合

各种类型荷载按可能的工况进行组合，并按每种荷载组合对排架进行弹性二阶分析，得到各设计控制截面相应的考虑二阶效应的设计轴力和设计弯矩，再

根据 $N_u - M_u$ 关系曲线确定最不利荷载组合。采用的分析程序为能进行结构二阶效应分析的有限元程序 ADINA。在上述不同条件组合生成的 288 个算例中出现过的最不利荷载组合参见表 1。从各算例的上、下柱设计控制截面最不利内力组合的分布情况中可以发现上、下柱控制截面最不利荷载组合绝大多数为 A 类。B、C、D、E 出现的机会非常小，根据对各算例弹性二阶分析结果的统计分析可以将 A 类荷载组合对应的工况作为分析工况^[5]。

表 1 出现过的最不利荷载组合

柱类	编号	控制截面	控制工况	最不利荷载组合(荷载为标准值)
下柱	A	左下	恒载+吊车荷载+风荷载	$1.0 \times \text{恒载} + 0.9 \times 1.4 \times (\text{吊车荷载}(D_{\max} \text{在右柱}, T_{\max} \text{自右向左}) + \text{风荷载}(\text{自右向左}))$
	B	左下	恒载+吊车荷载	$1.0 \times \text{恒载} + 1.4 \times \text{吊车荷载}(D_{\max} \text{在右柱}, T_{\max} \text{自右向左})$
	C	左下	恒载+屋面活载+吊车荷载+风荷载	$1.2 \times \text{恒载} + 0.9 \times 1.4 \times (\text{屋面活载} + \text{吊车荷载}(D_{\max} \text{在左柱}, T_{\max} \text{自左向右})) + \text{风荷载}(\text{自左向右})$
	D	左下	恒载+吊车荷载+风荷载	$1.0(1.2) \times \text{恒载} + 0.9 \times 1.4 \times (\text{吊车荷载}(D_{\max} \text{在左柱}, T_{\max} \text{自左向右})) + \text{风荷载}(\text{自左向右})$
	E	左下	恒载+风荷载	$1.0 \times \text{恒载} + 1.4 \times \text{风荷载}(\text{自左向右})$
上柱	A	左上	恒载+吊车荷载+风荷载	$1.0 \times \text{恒载} + 0.9 \times 1.4 \times (\text{吊车荷载}(D_{\max} \text{在右柱}, T_{\max} \text{自右向左})) + \text{风荷载}(\text{自右向左})$
	B	左上	恒载+吊车荷载	$1.0 \times \text{恒载} + 1.4 \times \text{吊车荷载}(D_{\max} \text{在右柱}, T_{\max} \text{自右向左})$

3 确定排架柱计算长度的 $\eta - l_0$ 关系

中国《混凝土结构设计规范》GB50010-2002 采用了偏心距增大系数 η 的极限曲率表达式，通过该表达式可以由偏心距增大系数 η 求解柱计算长度 l_0 。

$$\eta = 1 + \frac{1}{1400 + \frac{e_i}{h_0}} \left(\frac{l_0}{h} \right)^2 \xi_1 \xi_2 \quad (1)$$

对于上式以大小偏压分界状态的极限曲率为基准来模拟各种不同偏心距的偏心受压截面的极限曲率，大偏心受压截面是可以接受，但小偏心受压截面达到极限状态时，由于受压边缘混凝土的极限压应变 ϵ_{cu} 不断降低(从大小偏压分界状态下对无约束混凝土设定的 $\epsilon_{cu} = 0.0033$ 降低到轴心受压时的约 0.002)，而“受拉一侧”纵筋应力则从大小偏压分界状态下的刚好受拉屈服随偏心距减小而逐步下降，并进一步变为压应力，直至接近轴心受压时达到受压屈服，因此需用乘以曲率修正系数的方法来予以调整，中国规范称此修正系数为 ζ_1 。到目前为止，国内外相关规范曾以以下两种方式考虑过 ζ_1 的表达式^{[6][7]}：1) 轴力表达式；例如

版^[1]中假定截面受压区混凝土边缘极限压应变 ϵ_{cu} 随截面轴向承载力 N_u 的增大而呈线性规律减小，得出的 ζ_1 轴力表达式：

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A_c}{N} \leq 1.0 \quad (2)$$

2) 偏心距表达式，例如我国规范 1989 年版^[8] 第 4.1.20 条注中假定 ζ_1 与相对偏心距 e_0/h_0 之间存在线性关系，给出的 ζ_1 偏心距表达式：

$$\zeta_1 = 0.2 + 2.7 \frac{e_0}{h_0} \quad (3)$$

通过文献^[9]的系统分析， ζ_1 轴力表达式更能反映小偏心受压标准偏心压杆极限曲率特征，而偏心距表达式过分保守，而且偏心距、纵筋配筋率越大 ζ_1 误差越大，为此本文将使用 ζ_1 的轴力表达式。

关于构件长细比对截面曲率的影响系数 ζ_2 的来历，根据规范背景材料的解释，在 20 世纪 70 年代后期到八十年初期我国完成的数量众多的不同长细比，不同偏心距的标准偏压柱系列试验中发现，当 l_0/h 大约大于 15 后，由试验测得的与柱承受最大轴压力时对应的极限曲率有随长细比增大而略有下降的趋势，因此根据试验结果提出了一个考虑这一因素的极限曲率折

减系数 ζ_2 的表达式。但大偏心受压截面已经偏粗略地取了大小偏压分界状态的曲率作为极限曲率,而且 ζ_2 是降低极限曲率的,从 η 公式的安全性角度考虑该系数属于负面影响,因此在本文分析中暂不考虑 ζ_2 的影响,即取 $\zeta_2 = 1.0$ [9]。

根据上面的讨论,最终取用的 $\eta-l_0$ 关系式参见式(4)。

$$\eta = 1 + \frac{l_0^2}{\pi^2 e_0 r_0} \zeta_1 = 1 + \frac{0.005\ 83 l_0^2}{\pi^2 e_0 h_0} \zeta_1 \quad (4)$$

式中 r_0 为标准柱柱中截面的极限曲率半径 [10], 它与截面受压边缘混凝土的极限压应变 ϵ_{cu} 、受拉钢筋的屈服应变 ϵ_y 以及混凝土的徐变系数 φ 有关。

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varphi \epsilon_{cu} + \epsilon_y}{h_0} = \frac{0.005\ 83}{h_0} \quad (5)$$

式中 ζ 采用轴力表达式(2)。通过上式可求得 l_0 关于 η 的表达式(5)。

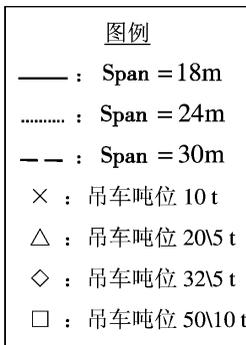
$$l_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 e_0 h_0 (\eta - 1)}{0.005\ 83 \zeta_1}} \quad (6)$$

4 排架柱计算长度的改进建议

对设计的系列算例排架按确定的分析荷载组合分别进行了弹性一阶和考虑二阶效应的弹性有限元分析,分别得到排架柱上下柱控制截面的一阶和二阶分析弯矩,求得相应的偏心距增大系数 η ,再由 $\eta-l_0$ 关系,得到排架柱上下柱的计算长度。根据各算例的计算结果,确定排架柱计算长度合适的建议取值,最后验证该取值的合理性。

4.1 排架柱计算长度的数据分析

图 3 到图 8 显示了各算例排架柱下柱计算长度系数 μ_L 与下柱高度 H_L ,上下柱高比 β ,吊车吨位,排架跨度 $Span$ 和基本风压 ω 之间的关系(为了方便,图 3 至图 14 中的图例统一用下图表示,横坐标均为 β)。



相关图示表明当上下柱高比 β 在 0.3~0.6 之间变化时, μ_L 随 β 近似线性增长,这是因为作为下柱弹

性支承的上柱在 β 增加后就会由于对下柱侧向挠曲的约束能力降低使下柱产生更大的附加变形,从而使下柱的计算长度增加。吊车吨位对 μ_L 的影响比较明显,吨位越大, μ_L 也越大。排架跨度对屋面和屋架荷载,以及吊车荷载都有所影响,排架跨度对 μ_L 的影响相对较小,总体来说,跨度越大 μ_L 有所增大,但这一规律在吊车吨位较大时才明显。基本风压 ω 对 μ_L 的影响还是比较明显的, ω 越大 μ_L 也增大。下柱高度为 9 m 时, μ_L 总体上比 6 m 下柱的偏小,这主要是由于 9 m 下柱的工型截面抗弯刚度较大,虽然柱高有所增加,但下柱控制截面的弯矩被二阶效应增加的程度还是相对较弱。综合所有算例可以发现排架柱下柱计算长度系数 μ_L 的范围在 0.7~1.75 之间。

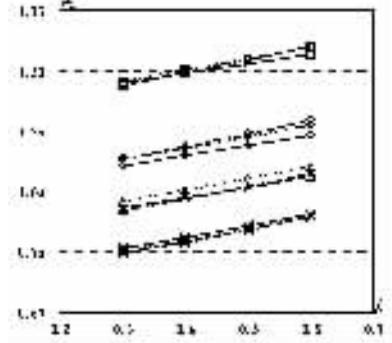


图 3 $H_L = 6\text{ m}, \omega = 0.3\text{ kN/m}^3$

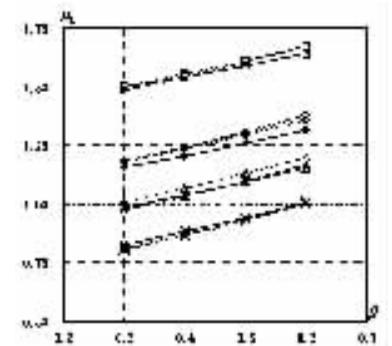


图 4 $H_L = 6\text{ m}, \omega = 0.5\text{ kN/m}^3$

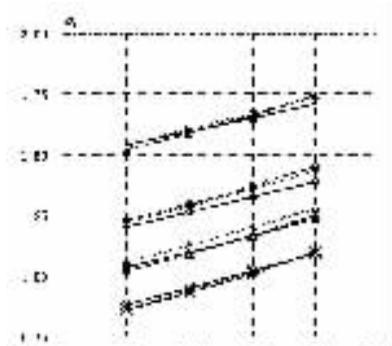


图 5 $H_L = 6\text{ m}, \omega = 0.7\text{ kN/m}^3$

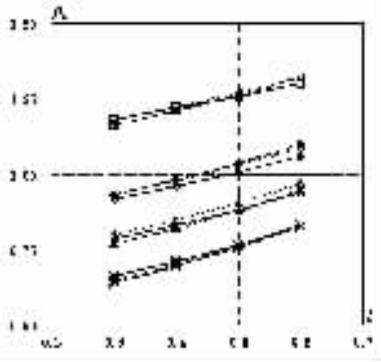


图 6 $H_L=9\text{ m}, \omega=0.3\text{ kN/m}^3$

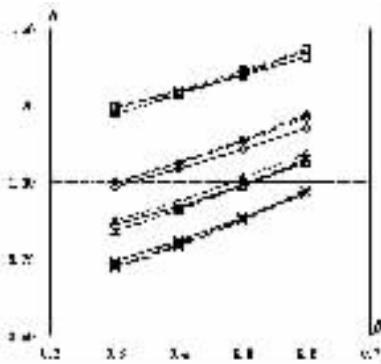


图 7 $H_L=9\text{ m}, \omega=0.5\text{ kN/m}^3$

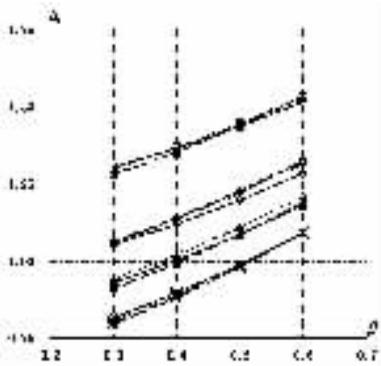


图 8 $H_L=9\text{ m}, \omega=0.7\text{ kN/m}^3$
下柱计算长度系数 μ_L 曲线

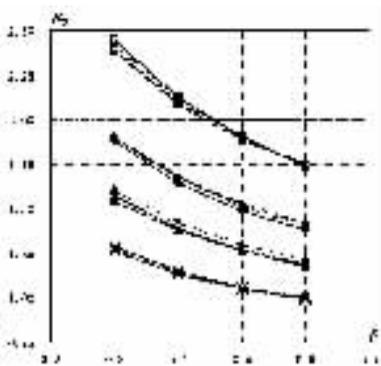


图 9 $H_L=6\text{ m}, \omega=0.3\text{ kN/m}^3$

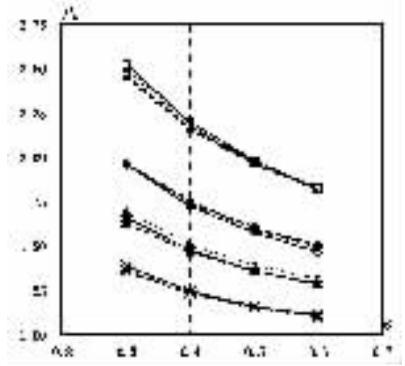


图 10 $H_L=6\text{ m}, \omega=0.5\text{ kN/m}^3$

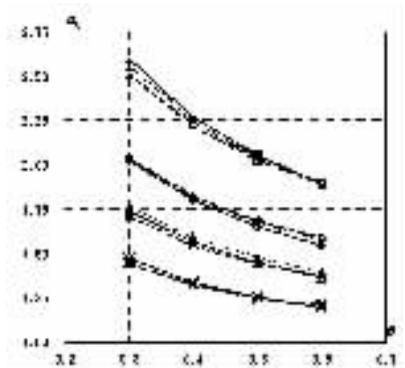


图 11 $H_L=6\text{ m}, \omega=0.7\text{ kN/m}^3$

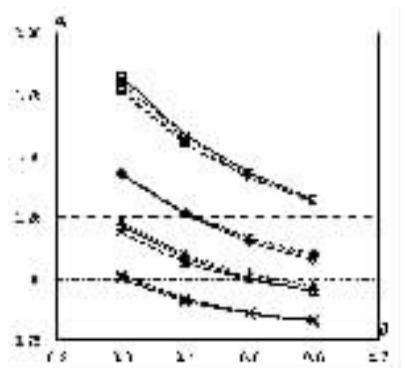


图 12 $H_L=9\text{ m}, \omega=0.3\text{ kN/m}^3$

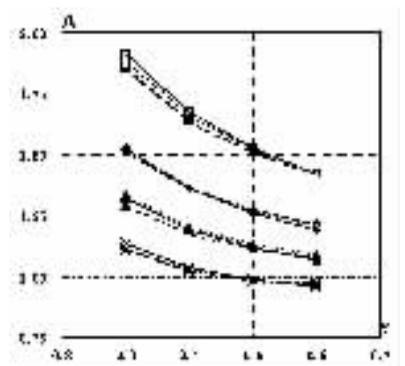


图 13 $H_L=9\text{ m}, \omega=0.5\text{ kN/m}^3$

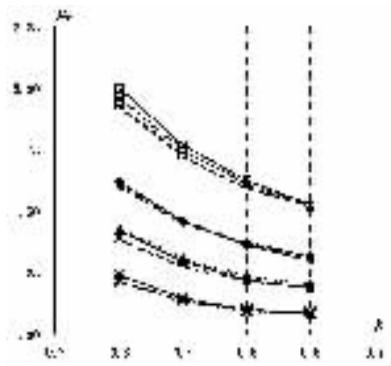


图 14 $H_L=9\text{ m}$, $\omega=0.7\text{ kN/m}^3$

上柱计算长度系数 μ_U 曲线

图 9 到图 14 显示了各算例排架柱上柱计算长度系数 μ_U 与下柱高度 H_L , 上下柱高比 β , 吊车吨位, 排架跨度 S_{pan} 和基本风压 ω 之间的关系。从图中可以看出当上下柱高比 β 在 $0.3\sim 0.6$ 之间变化时, μ_U 随 β 增大而减小, 减小的趋势随 β 的增加逐渐减缓。与 μ_L 随 β 近似线性增长的原因相似, β 增加后, 作为上柱弹性支座的下柱会因相对刚度的提高而加大限制了上柱的转动和挠曲, 从而使上柱的计算长度减小。吊车吨位对 μ_U 的影响比较明显, 吨位越大, μ_U 也越大。在讨论的范围内排架跨度对 μ_U 的影响相对较小, 总体来说, 跨度越大 μ_U 会有所减小, 但这一规律在上下柱高比较小时比较明显。基本风压 ω 对 μ_U 的影响也比较明显, ω 越大 μ_U 也增大。下柱 9 m 高时的排架柱上柱的 μ_U , 总体上比下柱 6 m 高时的偏小, 这与下柱的 μ_L 有相同的变化规律, 看来下柱的刚度增加对上下柱计算长度的影响趋势是相同的。综合所有算例可以发现排架柱上柱计算长度系数 μ_U 的范围在 $0.85\sim 2.6$ 之间。

4.2 排架柱计算长度的取值建议

上述排架柱计算长度的研究还存在两类问题: 其一, 在计算 l_0 时, 采用了规定 $\eta-l_0$ 关系的方式, 也就是说 l_0 是与 η 相关的, 如果 $\eta-l_0$ 关系的表达式改变了, 相应的 l_0 也要随之变化, 但为了使 l_0 取值合理, 并适用于现行的规范公式, 目前也只能这样处理; 其二, 在计算 η 时, 没有区分不引起结构侧移的荷载产生的弯矩与引起结构侧移的荷载产生的弯矩分别受 $P-\delta$ 效应和 $P-\Delta$ 效应规律的不同影响, 因此 η 是反映 $P-\delta$ 效应和 $P-\Delta$ 效应对弯矩总体影响的综合增大系数, 这虽与现行规范中偏心距增大系数的含义是一致的, 但这种统乘意义的偏心距增大系数 η 对应的柱计算长度 l_0 是经过某种程度折减的计算长度, 其折减程度主要取决于 $P-\delta$ 效应和 $P-\Delta$ 效应各自对弯矩的影响程度。综上由于得到的柱计算长度已经偏小, 因

欢迎访问重庆大学期刊网

此排架柱计算长度应取用系列算例排架的计算分析结果偏上限的值, 建议排架柱计算长度取值为: 下柱的为 $1.5H_L$, 上柱的为 $2.0H_U$ 。这样的取值建议没有将计算长度表示为一个与吊车吨位、基本风压、 β 相关的函数, 主要是照顾工程界长期使用比较简捷的排架柱计算长度的习惯, 并且这样的取值也基本能满足工程精度。

5 结论

本文完成了系列单层单跨排架考虑二阶效应的弹性有限元分析, 得到排架柱包括二阶效应的内力, 并直接根据弹性二阶分析结果修正了排架柱计算长度。这一思路不同于通过弹性稳定理论求解柱计算长度的简化处理方式, 还原了结构二阶效应的力学本质。由于有吊车荷载的排架的荷载工况比较复杂, 二阶效应问题又与荷载条件密切相关, 本文应用弹性有限元方法对各种荷载工况下的荷载组合进行了系统对比分析, 确定了比较可靠的最不利荷载组合用于排架柱计算长度分析。最后, 在由弹性二阶分析结果求得偏心距增大系数 η , 通过选取合适的 $\eta-l_0$ 关系, 得到与 η 相配套的排架柱计算长度。根据大量的算例分析, 建议单层单跨排架柱下柱计算长度为 $1.5H_L$, 上柱计算长度为 $2.0H_U$ 。

参考文献:

- [1] 中华人民共和国国家标准, GB 50010-2002, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002
- [2] 四川省建筑科学研究所. 单层厂房柱的计算长度[J]. 吉林建筑技术通讯, 1977, (2): 144-160
- [3] 机械工业部设计研究院主编. 04G4151, 预应力混凝土折线形屋架[S]. 北京: 中国建筑标准设计研究院, 2004
- [4] 北京钢铁设计研究总院主编. 04G325, 吊车轨道联结及车挡[S]. 北京: 中国建筑标准设计研究院, 2004
- [5] 朱占友钢筋混凝土结构二届效应若干问题的研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2006.
- [6] 刘毅. 钢筋混凝土框架构柱二阶效应与稳定中若干问题的讨论[D]. 重庆: 重庆大学, 1999
- [7] 王志军, 白绍良, 高晓莉. 对钢筋混凝土偏压杆件偏心距增大系数中截面曲率修正系数的讨论[J]. 重庆建筑大学学报, 1999, 21(5): 1-9
- [8] 中华人民共和国国家标准. GBJ 10-89. 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993
- [9] 魏巍, 刘毅, 白绍良. 对钢筋混凝土小偏心受压截面极限曲率修正系数的讨论[J]. 建筑科学, 2003, 19(1): 26-29

(编辑 王秀玲)